

# ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Η ζωή μας έχει επηρεασθεί σημαντικά από την επανάσταση στη μικροηλεκτρονική.

*✓ σύντομη παρουσίαση των εξαρτημάτων και των βασικών αρχών λειτουργίας των αναλογικών κυκλωμάτων DC και AC*

*✓ παρουσίαση των αρχών λειτουργίας των κυκλωμάτων τελεστικών ενισχυτών με παραδείγματα χρήσης τους*

Η εξέταση των θεμάτων αυτών στοχεύει στην κατανόηση κι εκτίμηση των λειτουργιών οργάνων χημικής ανάλυσης και διαφόρων συστημάτων μετρήσεων.

*Κύκλωμα* (circuit): κλειστή διαδρομή, την οποία μπορεί να ακολουθεί ένα ηλεκτρικό ρεύμα

### **Νόμος του Ohm**

Ο νόμος του Ohm περιγράφει τη σχέση μεταξύ διαφοράς δυναμικού, αντίστασης και ρεύματος σε ένα *κύκλωμα σειράς* αντιστάσεων. Ο νόμος του Ohm μπορεί να γραφεί ως

$$V = I R$$

όπου  $V$  είναι η διαφορά δυναμικού σε volt μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος,  $R$  είναι η αντίσταση μεταξύ των σημείων σε ohm και  $I$  είναι το παραγόμενο ρεύμα σε ampère

## Νόμος ισχύος

Η ισχύς  $P$  σε watt που καταναλώνεται σε μία αντίσταση ισούται προς το γινόμενο του ρεύματος σε ampère και της διαφοράς δυναμικού στα άκρα της αντίστασης σε volt:

$$P = I V$$

και αν χρησιμοποιηθεί ο νόμος του Ohm, προκύπτει

$$P = I^2 R = V^2 / R$$

Ο κανόνας των ρευμάτων του *Kirchhoff* ορίζει ότι το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων, που περιβάλλουν κάθε σημείο ενός κυκλώματος, ισούται με το μηδέν.

## Κυκλώματα αντιστάσεων σε σειρά

Εφαρμογή του κανόνα των ρευμάτων του Kirchhoff στο σημείο  $D$  του κυκλώματος παρέχει

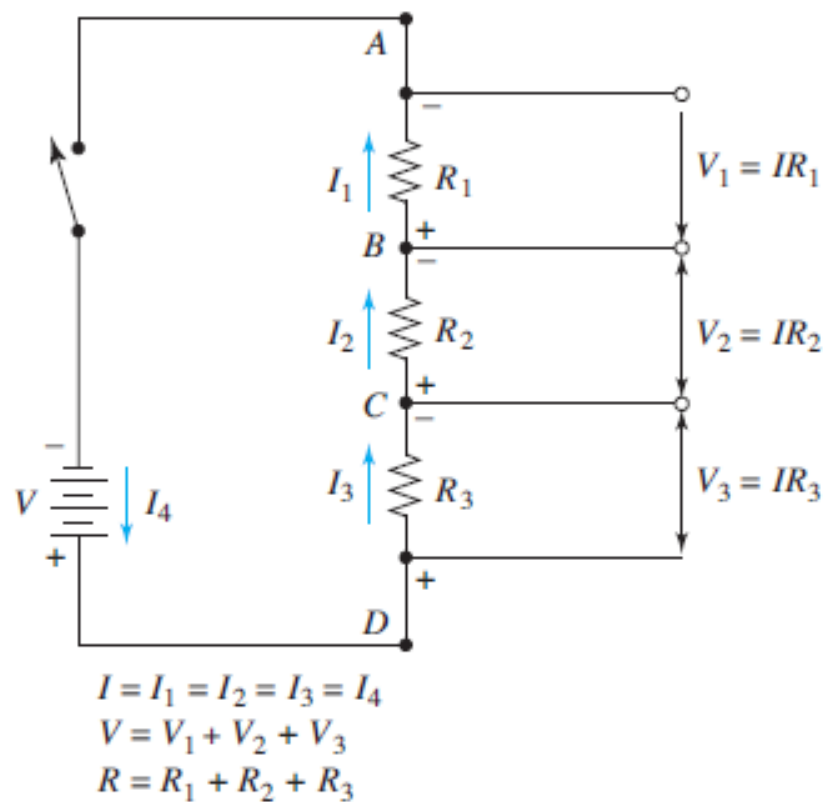
$$I_4 - I_3 = 0 \text{ ή } I_4 = I_3$$

Το ρεύμα σε όλα τα σημεία σε ένα κύκλωμα σειράς είναι το ίδιο.

Εφαρμογή του *κανόνα των τάσεων του Kirchhoff* στο κύκλωμα παρέχει

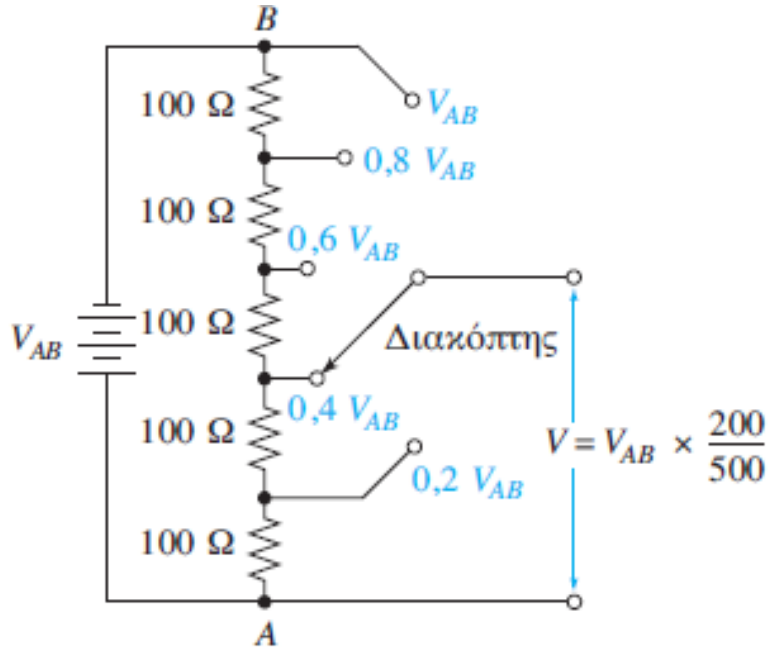
$$V - V_3 - V_2 - V_1 = 0 \text{ ή } V = V_1 + V_2 + V_3$$

Σημείωση: Το δυναμικό στο σημείο  $D$  είναι θετικό ως προς το σημείο  $C$ , το οποίο αντίστοιχα είναι θετικό ως προς το σημείο  $B$  και τελικά το  $B$  είναι θετικό ως προς το  $A$ . Οι τρεις τάσεις αντιτίθενται στην τάση της μπαταρίας και θα πρέπει να έχουν αλγεβρικό πρόσημο αντίθετο του  $V$ .

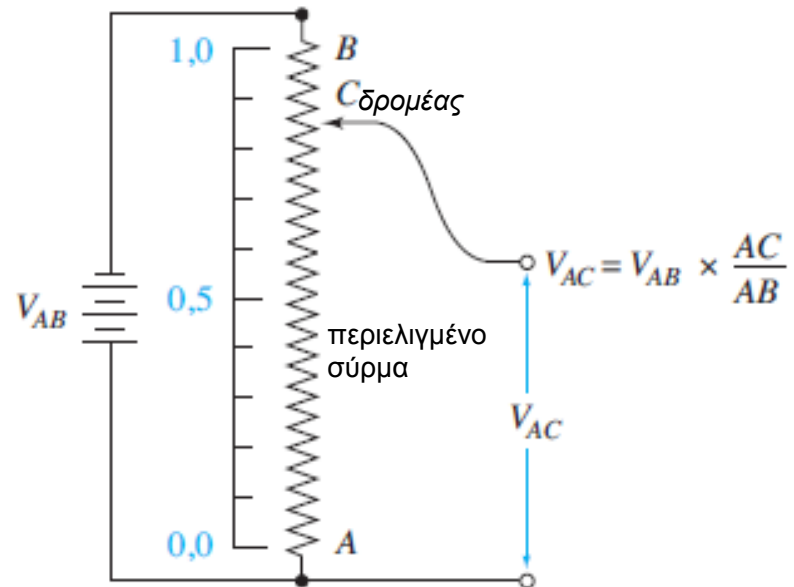


## Διαιρέτες τάσης

Αντιστάσεις σε σειρά χρησιμοποιούνται για την παραγωγή δυναμικών τα οποία αποτελούν μεταβλητές συναρτήσεις μιας τάσης εισόδου. Τα κυκλώματα αυτά ονομάζονται *διαιρέτες τάσης*.



Ένας τύπος διαιρέτη τάσης παρέχει τάση μεταβαλλόμενη σε διακριτά βήματα.



Ο δεύτερος τύπος, ονομάζεται *ποτενσιόμετρο* και παρέχει τάση μεταβαλλόμενη κατά συνεχή τρόπο.

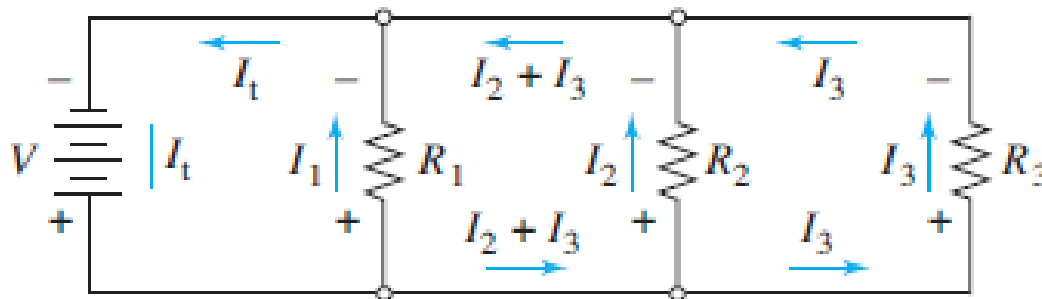
## Παράλληλα κυκλώματα

Με εφαρμογή του νόμου των ρευμάτων του Kirchhoff στο σημείο A του κυκλώματος Προκύπτει

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_t = 0$$

ή

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3$$



Με εφαρμογή του νόμου των τάσεων του Kirchhoff σ' αυτό το κύκλωμα προκύπτουν τρεις ανεξάρτητες εξισώσεις. Έτσι, για τον βρόχο που περιλαμβάνει την μπαταρία και την  $R_1$  ισχύει

$$V - I_1 R_1 = 0 \text{ ή } V = I_1 R_1$$

Για τον βρόχο με την μπαταρία και την  $R_2$

$$V = I_2 R_2$$

Για τον βρόχο με την μπαταρία και την  $R_3$

$$V = I_3 R_3$$

## **Μέτρηση συνεχούς ρεύματος, τάσης και αντίστασης**

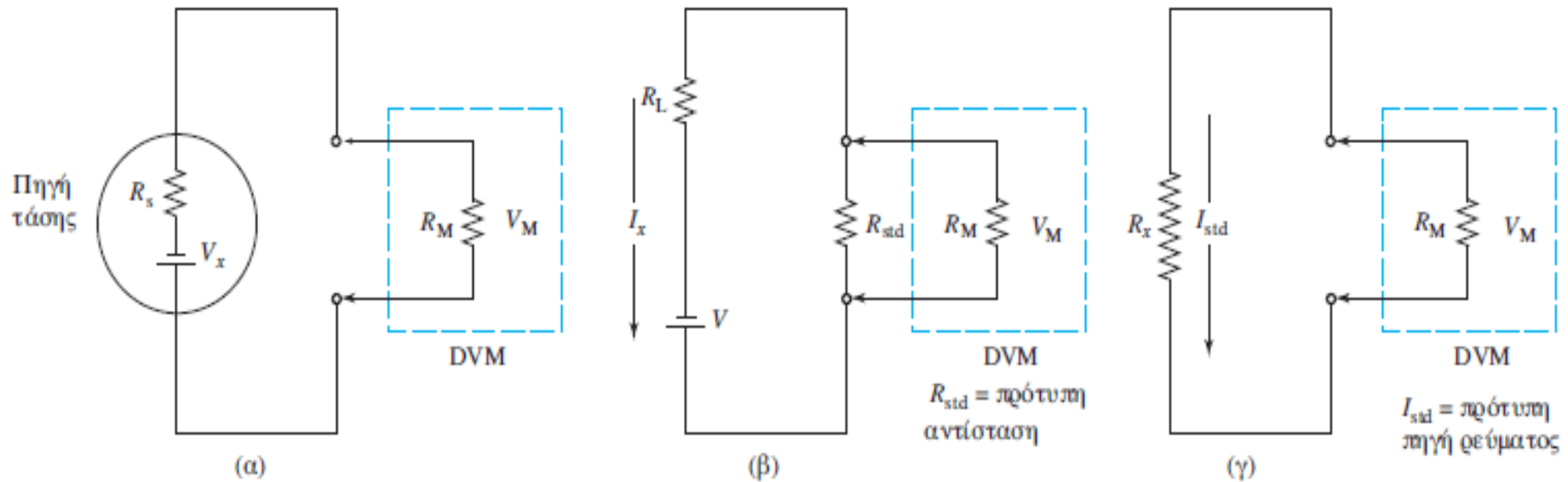
Αναζητούνται:

1. τρόπος μέτρησης των τιμών του ρεύματος, της τάσης και της αντίστασης σε κυκλώματα DC και
2. οι αβεβαιότητες που συνδέονται με τις μετρήσεις αυτές.

## **Ψηφιακά βολτόμετρα**

Μέχρι πριν τριάντα χρόνια περίπου οι ηλεκτρικές μετρήσεις σε κυκλώματα DC γίνονταν με όργανα κινούμενου πηνίου (διάταξη D'Arsonval), τα οποία εφευρέθηκαν πριν από ένα αιώνα και πλέον.

Σήμερα, τα όργανα αυτά θεωρούνται απαρχαιωμένα και έχουν αντικατασταθεί από τα *ψηφιακά βολτόμετρα* (digital voltmeters, DVM) και τα *ψηφιακά πολύμετρα* (digital multimeters, DMM).



Ψηφιακό πολύμετρο. (α) Μέτρηση της τιμής εξόδου  $V_x$  μιας πηγής τάσης. (β) Μέτρηση του ρεύματος  $I_x$  που διέρχεται μέσω της αντίστασης φορτίου  $R_L$ . (γ) Μέτρηση της τιμής αντίστασης  $R_x$  ενός αγνώστου στοιχείου του κυκλώματος.

**(α)** Η τάση  $V_M$  που παρουσιάζεται στο όργανο μπορεί να είναι κάπως διαφορετική από την πραγματική τιμή τάσης της πηγής, λόγω του *σφάλματος φόρτισης*. Χρήση διαιρέτη τάσης.

**(β)** Οι τιμές των πρότυπων αντιστάσεων  $R_{std}$  παρέχουν τη δυνατότητα μέτρησης ρευμάτων σε διάφορες περιοχές τιμών.  $R_L$ : αντίσταση φορτίου.

**(γ)** Περιλαμβάνεται μια πηγή DC που παρέχει σταθερό ρεύμα  $I_{std}$  το οποίο διέρχεται μέσω της άγνωστης αντίστασης  $R$

## Σφάλμα φόρτισης κατά τη μέτρηση δυναμικών

Όταν χρησιμοποιείται ένα όργανο για τη **μέτρηση δυναμικού**, η παρουσία του ίδιου του οργάνου τείνει να διαταράξει το κύκλωμα κατά τρόπο που εισάγει ένα *σφάλμα φόρτισης* (loading error).

Η τιμή του σφάλματος φόρτισης σε μετρήσεις δυναμικού εξαρτάται από την αναλογία της τιμής της εσωτερικής αντίστασης ( $R_M$ ) του οργάνου μέτρησης προς την τιμή της αντίστασης του εξεταζόμενου κυκλώματος  $R_S$ .

$$E_r = - \frac{R_s}{R_M + R_s} \times 100\%$$

Τα ψηφιακά βολτόμετρα παρέχουν το μεγάλο πλεονέκτημα της εξαιρετικά μεγάλης τιμής εσωτερικής αντίστασης και επομένως τα σφάλματα φόρτισης που προκαλούν είναι πρακτικώς μηδενικά.

| Αντίσταση του<br>οργάνου $R_M, \Omega$ | Αντίσταση της<br>πηγής $R_s, \Omega$ | $R_M / R_s$ | Σχετικό<br>σφάλμα, % |
|----------------------------------------|--------------------------------------|-------------|----------------------|
| 10                                     | 20                                   | 0,50        | -67                  |
| 50                                     | 20                                   | 2,5         | -29                  |
| 500                                    | 20                                   | 25          | -3,8                 |
| $1,0 \times 10^3$                      | 20                                   | 50          | -2,0                 |
| $1,0 \times 10^4$                      | 20                                   | 500         | -0,20                |

## Σφάλμα φόρτισης στις μετρήσεις ρεύματος

Κατά τη μέτρηση ρεύματος παρεμβάλλεται στο κύκλωμα μια μικρή πρότυπη αντίσταση υψηλής ακρίβειας η  $R_{\text{std}}$ . Χωρίς αυτήν το ρεύμα στο κύκλωμα θα ήταν  $I = V/R_L$ , ενώ με την αντίσταση  $R_{\text{std}}$  θα είναι  $I_M = V / (R_L + R_{\text{std}})$ . Επομένως το σφάλμα φόρτισης είναι

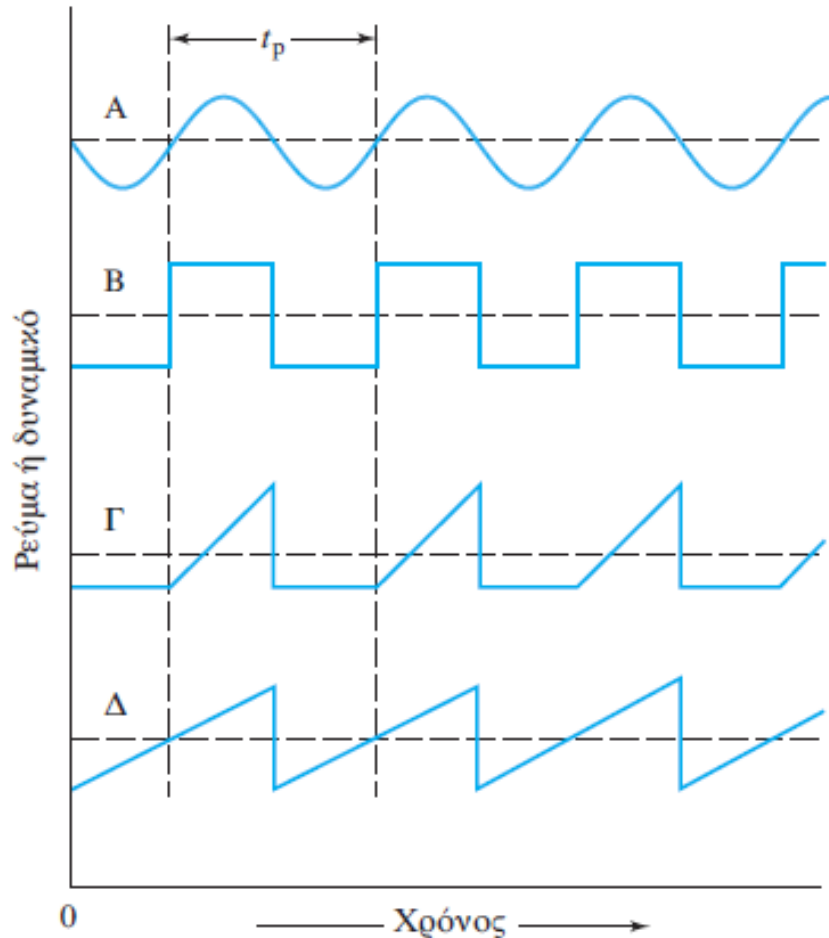
$$E_r = - \frac{R_{\text{std}}}{R_L + R_{\text{std}}} \times 100\%$$

Το σφάλμα φόρτισης μειώνεται, όσο μειώνεται και η αναλογία των τιμών  $R_{\text{std}}$  προς  $R_L$ .

## ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Το ηλεκτρικό σήμα εξόδου των μεταλλακτών αναλυτικών σημάτων συχνά εμφανίζει περιοδικές διακυμάνσεις. Παριστάνονται με ένα διάγραμμα στιγμιαίων τιμών ρεύματος ή δυναμικού ως προς τον χρόνο. *Περίοδος*  $t_p$  του σήματος είναι ο απαιτούμενος χρόνος για τη συμπλήρωση ενός κύκλου.

Το αντίστροφο της περιόδου αποτελεί τη *συχνότητα*  $f$  του σήματος



$$f = 1/t_p$$

Η μονάδα συχνότητας είναι το hertz, Hz, το οποίο ορίζεται ως ένας κύκλος ανά δευτερόλεπτο.

Παραδείγματα περιοδικών σημάτων: (Α) ημιτονικό, (Β) τετραγωνικό, (Γ) ράμπα και (Δ) πριονωτό

## Ημιτονικά ρεύματα

Το εναλλασσόμενο ρεύμα. Παράγεται κατά την περιστροφή ενός πηνίου εντός μαγνητικού πεδίου.

Ένα ημιτονικό σήμα παριστάνεται ως ένα διάνυσμα μήκους  $I_p$  (ή  $V_p$ ), το οποίο περιστρέφεται αντίθετα προς τη φορά των δεικτών του ωρολογίου και με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Το διάνυσμα περιστρέφεται με ταχύτητα  $2\pi$  ακτινίων σε περίοδο  $t_p$ , επομένως η γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  παρέχεται από τη σχέση

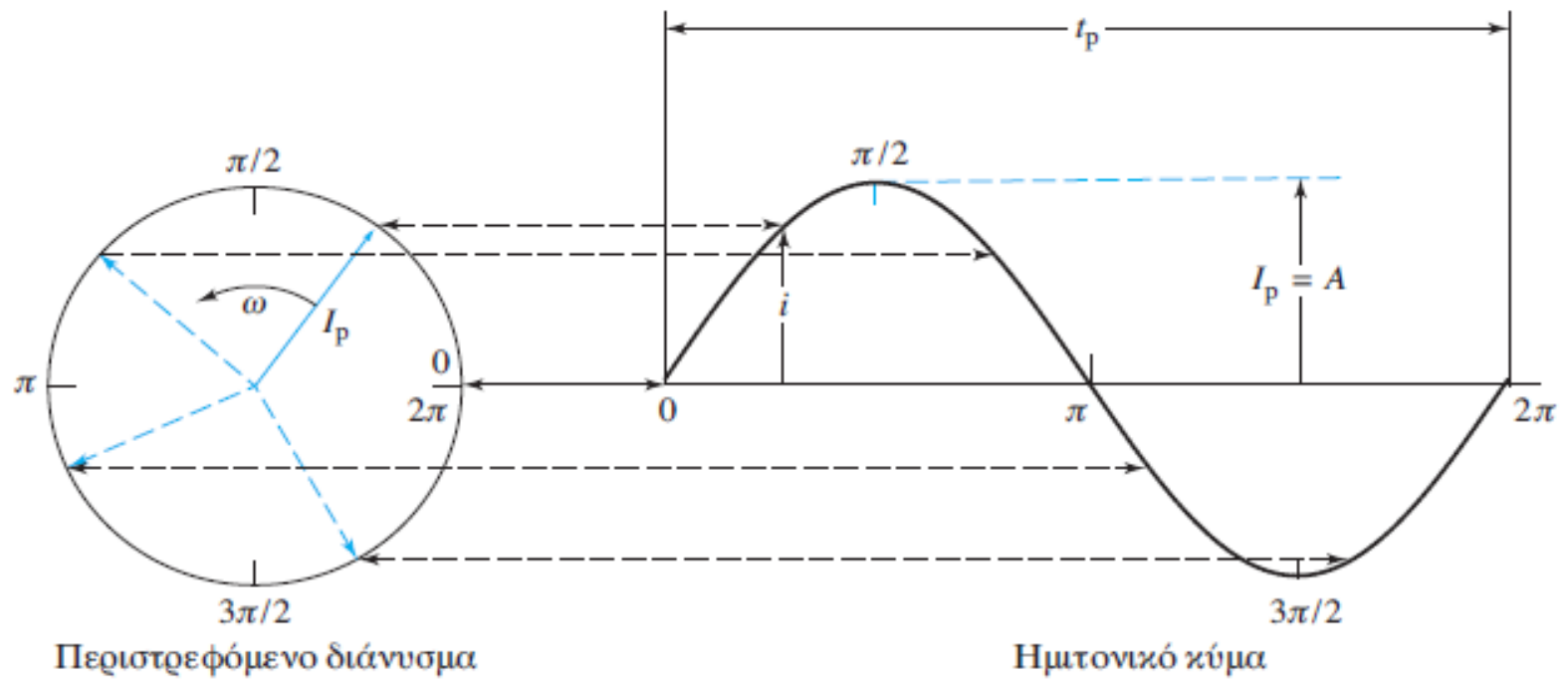
$$\omega = \frac{2\pi}{t_p} = 2\pi f$$

Εάν η διανυσματική ποσότητα είναι ρεύμα ή τάση, η στιγμιαία τιμή ρεύματος  $i$  ή τάσης  $v$  τη χρονική στιγμή  $t$  παρέχεται από τη σχέση

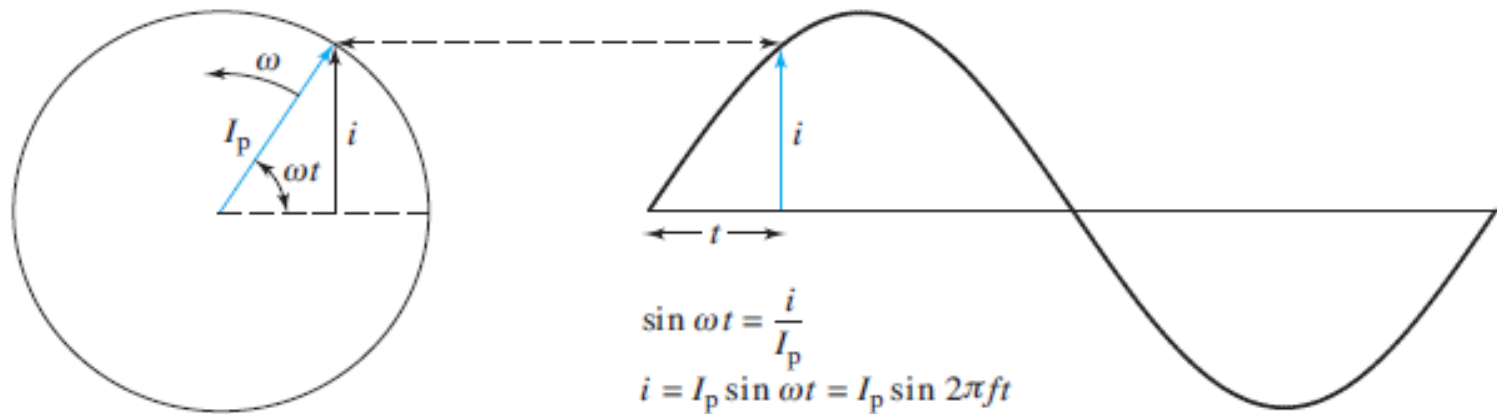
$$i = I_p \sin \omega t = I_p \sin 2\pi f t$$

$$v = V_p \sin \omega t = V_p \sin 2\pi f t$$

όπου  $I_p$  και  $V_p$ , οι μέγιστες τιμές ή οι τιμές *κορυφής* (peak) του ρεύματος και της τάσης, οι οποίες ονομάζονται *πλάτος*  $A$  του ημιτονικού κύματος.



(α)



(β)

Σχέση μεταξύ ενός ημτονικού κύματος περιόδου  $t_p$  και του πλάτους  $I_p$  και του αντίστοιχου διανύσματος μήκους  $I_p$ , το οποίο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 2\pi f$  ακτίνια/δευτερόλεπτο ή με συχνότητα  $f$  Hz

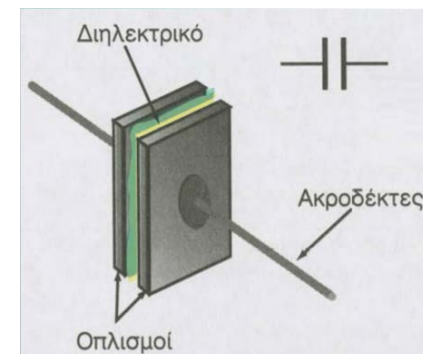
## Η άεργη αντίσταση στα ηλεκτρικά κυκλώματα

Εάν ένα κύκλωμα περιλαμβάνει πηνίο από χάλκινο σύρμα ή μια *επαγωγή*, το πηνίο ανθίσταται στις μεταβολές του ρεύματος, καθώς αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο της επαγωγής. Κατά την αντιστροφή του ρεύματος, η ενέργεια επιστρέφει στην πηγή AC και κατά την ολοκλήρωση του δεύτερου μισού του κύκλου, η ενέργεια αποθηκεύεται πάλι σε ένα μαγνητικό πεδίο.

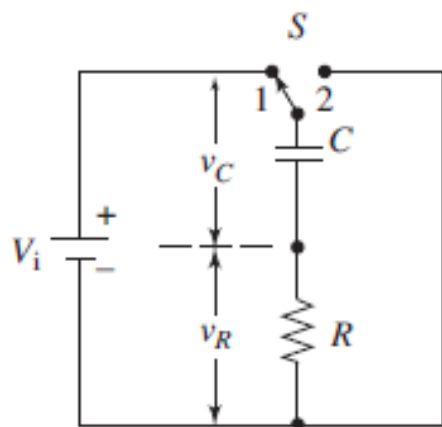
Με ανάλογο τρόπο ένας πυκνωτής σε ένα κύκλωμα AC ανθίσταται στις μεταβολές της τάσης. Η αντίσταση των επαγωγικών φορτίων στις μεταβολές ρεύματος και των πυκνωτών στις μεταβολές τάσης ονομάζεται *άεργη αντίσταση* (reactance). Όπως θα δούμε, οι άεργες αντιστάσεις σε ένα κύκλωμα AC εισάγουν ολισθήσεις φάσης στο σήμα AC.

Οι δύο τύποι άεργης αντίστασης οι οποίες χαρακτηρίζουν τους πυκνωτές και τις επαγωγές είναι η *χωρητική* και η *επαγωγική αντίσταση*, αντίστοιχα.

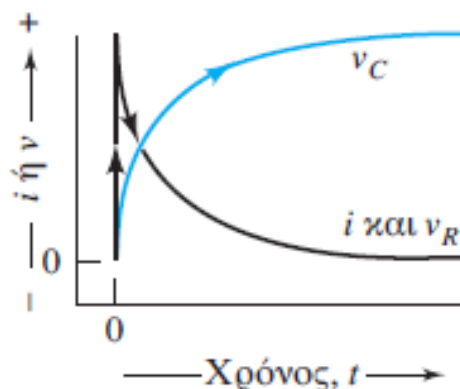
Πυκνωτής: αποτελείται από ένα ζεύγος αγωγών (οπλισμοί πυκνωτή), οι οποίοι διαχωρίζονται με ένα λεπτό στρώμα διηλεκτρικού, δηλαδή ενός ηλεκτρικού μονωτή που περιέχει ακινητοποιημένα φορτισμένα σωματίδια-φορείς ρεύματος. Ο απλούστερος πυκνωτής αποτελείται από δύο φύλλα λεπτού μεταλλικού ελάσματος, τα οποία διαχωρίζονται με λεπτό στρώμα διηλεκτρικού, όπως αέρα, ελαιώδες υλικό, πλαστικό, μίκα, χαρτί, κεραμικό ή οξείδιο μετάλλου.



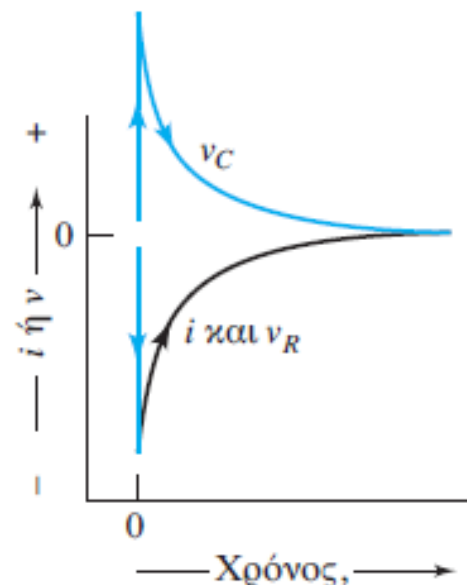
Μια χρήσιμη ιδιότητα του πυκνωτή αποτελεί η ικανότητά του να αποθηκεύει ηλεκτρικό φορτίο για μια χρονική περίοδο και να το αποδίδει, όταν αυτό χρειαστεί.



(α)



(β)



(γ)

(α) Κύκλωμα  $RC$  σε σειρά. Χρονική απόκριση του κυκλώματος όταν η επαφή του διακόπτη  $S$  τοποθετηθεί: (β) **στη θέση 1** και (γ) **στη θέση 2**.

Η ποσότητα ηλεκτρισμού  $Q$  που απαιτείται για την πλήρη φόρτιση ενός πυκνωτή εξαρτάται από την επιφάνεια των οπλισμών, το σχήμα τους, τη μεταξύ τους απόσταση και τη διηλεκτρική σταθερά του υλικού, που παρεμβάλλεται ανάμεσά τους. Επιπλέον, το φορτίο  $Q$  είναι απευθείας ανάλογο προς την εφαρμοζόμενη τάση. Επομένως

$$Q = C V$$

Όταν το εφαρμοζόμενο δυναμικό είναι  $V$  (σε volt) και  $Q$  είναι η ποσότητα του φορτίου (σε coulomb), η σταθερά αναλογίας  $C$  αποτελεί τη *χωρητικότητα* του πυκνωτή σε farad (F).

Οι περισσότεροι πυκνωτές, οι οποίοι χρησιμοποιούνται στα ηλεκτρονικά κυκλώματα, έχουν χωρητικότητες που βρίσκονται στην περιοχή των **microfarad** έως **picofarad**.

διαφόριση της εξίσωσης

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{dv_c}{dt} \quad \text{ή} \quad i = C \frac{dv_c}{dt}$$

Το ρεύμα μέσω ενός πυκνωτή μηδενίζεται όταν η τάση είναι ανεξάρτητη από τον χρόνο (σταθερή τάση).

## Ταχύτητα μεταβολής ρεύματος σε ένα κύκλωμα $RC$

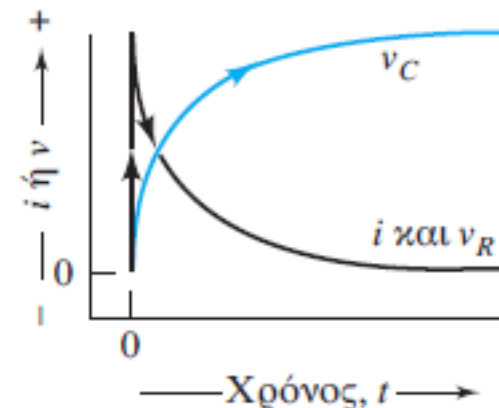
Από τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff γνωρίζουμε ότι κάθε στιγμή μετά την τοποθέτηση του διακόπτη στη θέση 1 το άθροισμα της τάσης κατά μήκος των  $C$  και  $R$  ( $v_C$  και  $v_R$ ) θα πρέπει να είναι ίσο προς την τάση εισόδου  $V_i$ . Επομένως θα είναι

$$V_i = v_C + v_R \quad \text{ή} \quad V_i = \frac{q}{C} + iR \quad \text{και} \quad \frac{dV_i}{dt} = 0 = \frac{dq/dt}{C} + R \frac{di}{dt}$$

Επειδή  $dq/dt = i$  άρα  $\frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$  και  $\int_{I_{\alpha\rho\chi}}^i \frac{di}{i} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$  ή

$$i = I_{\alpha\rho\chi} e^{-t/RC}$$

**Συμπέρασμα:** Το ρεύμα σε ένα κύκλωμα  $RC$  μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο



## Ταχύτητα μεταβολής της τάσης σε ένα κύκλωμα RC

Στην εξίσωση  $i = I_{\text{αρχ}} e^{-t/RC}$

αντικαθιστούμε τις τιμές  $i = v_i/R$  και  $I_{\text{αρχ}} = v_R/R$

$$v_R = V_i e^{-t/RC}$$

Με αντικατάσταση αυτής της έκφρασης στην εξίσωση  $V_i = v_C + v_R$

προκύπτει μια έκφραση της στιγμιαίας τάσης στα άκρα (οπλισμούς) του πυκνωτή

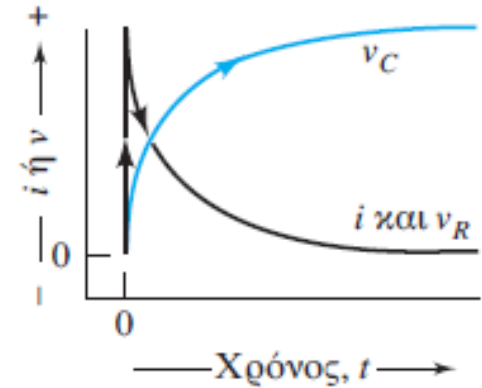
$$v_C = V_i(1 - e^{-t/RC})$$

Επειδή  $R = v_R/I$  και  $C = q/v_C$ ,

$$RC = \frac{v_R}{i} \times \frac{q}{v_C} \quad \text{και} \quad \frac{\cancel{\text{volt}}}{\cancel{\text{coulomb}}/\text{second}} \times \frac{\cancel{\text{coulomb}}}{\cancel{\text{volt}}} = \text{second}$$

Το γινόμενο  $RC$  ονομάζεται *χρονοσταθερά* του κυκλώματος και αποτελεί μέτρο του χρόνου που χρειάζεται ο πυκνωτής για να φορτισθεί ή να εκφορτισθεί.

Το γινόμενο  $RC$  καθορίζει το ρυθμό της εκθετικής μεταβολής της τάσης στα άκρα του πυκνωτή.



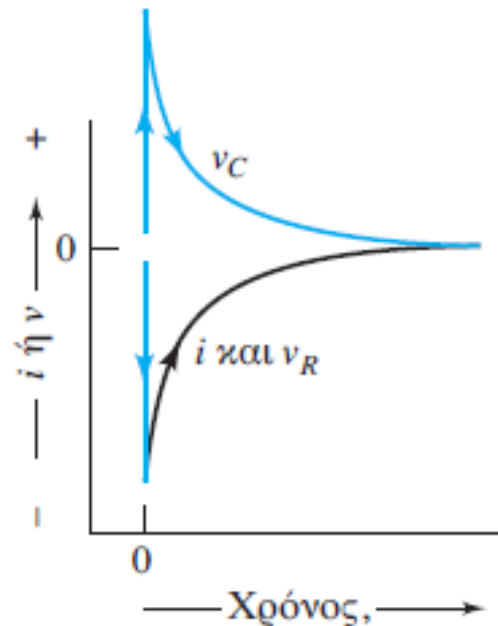
## Σχέση φάσης μεταξύ ρεύματος και τάσης σε ένα κύκλωμα RC

Από πρακτική άποψη ο πυκνωτής θεωρείται πλήρως φορτισμένος μετά την παρέλευση χρόνου ίσου προς πέντε χρονοσταθερές ( $t = 5RC$ ). Τη στιγμή αυτή η τιμή τού ρεύματος θα είναι μικρότερη από το 1% της αρχικής

$$(e^{-5RC/RC} = e^{-5} = 0,0067 \approx 0,01)$$

Όταν ο διακόπτης τοποθετηθεί στη θέση 2, η μπαταρία αποσυνδέεται από το κύκλωμα και ο πυκνωτής δρα πλέον ως πηγή ρεύματος.

$$v_C = V_C e^{-t/RC}$$



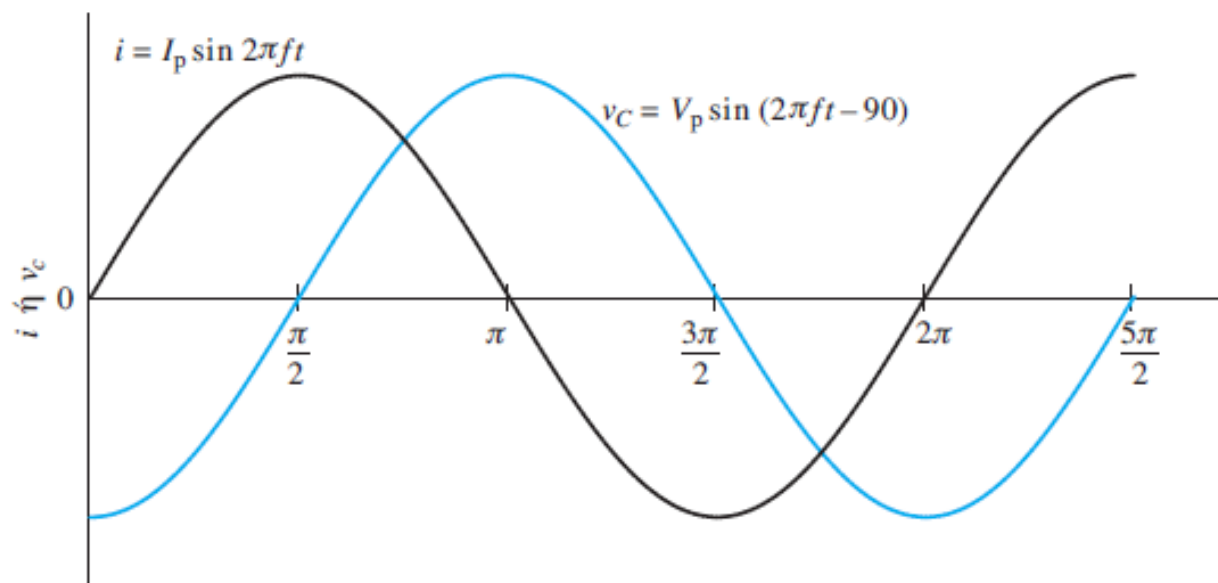
## Αλλαγές φάσης σε κυκλώματα με πυκνωτή

Εάν η μπαταρία του κυκλώματος  $RC$ , αντικατασταθεί με μια πηγή ημιτονικού σήματος (AC), ο πυκνωτής συνεχώς αποθηκεύει και απελευθερώνει φορτία με συνέπεια την εμφάνιση ρεύματος του οποίου η φορά εναλλάσσεται συνεχώς.

Ως αποτέλεσμα του ορισμένου χρόνου που απαιτείται για τη φόρτιση και εκφόρτιση του πυκνωτή εισάγεται μια διαφορά φάσης  $\phi$  μεταξύ του ρεύματος και της τάσης.

$$v_C = V_p \sin(2\pi ft - 90) \quad \text{και} \quad i = I_p \sin 2\pi ft$$

Η τάση στα άκρα ενός καθαρού πυκνωτή, η οποία είναι αποτέλεσμα ενός ημιτονικού σήματος εισόδου, είναι επίσης ημιτονική αλλά υστερεί σε φάση ως προς το ρεύμα κατά  $90^\circ$ .



## Χωρητική αντίσταση

Όπως η αντίσταση έτσι κι ο πυκνωτής κατά τη φόρτιση ανθίσταται στη ροή φορτίου.

Ο νόμος του Ohm μπορεί να εφαρμοσθεί και σε χωρητικά κυκλώματα AC και αποκτά τη μορφή

$$V_p = I_p X_C$$

όπου  $X_C$  είναι η *χωρητική αντίσταση*, ιδιότητα του πυκνωτή αντίστοιχη προς την τιμή μιας αντίστασης.

Επειδή  $V_p = \frac{I_p}{2\pi f C} = \frac{I_p}{\omega C}$  η σχέση (προκύπτει από αλλαγές φάσης σε κύκλωμα πυκνωτή)

Άρα 
$$X_C = \frac{V_p}{I_p} = \frac{I_p}{I_p 2\pi f C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C}$$

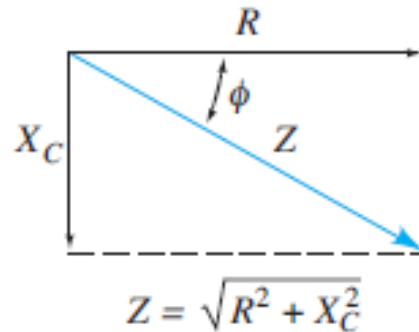
Σε αντίθεση με την ωμική αντίσταση η χωρητική αντίσταση εξαρτάται από τη συχνότητα με την οποία είναι αντιστρόφως ανάλογη.

**Σε μηδενική συχνότητα, η  $X_C$  γίνεται υπερβολικά μεγάλη.** Άρα ένας πυκνωτής δρα ως μονωτής στο συνεχές ρεύμα (παραβλέποντας το στιγμιαίο αρχικό ρεύμα φόρτισης).

## Εμπέδηση σε ένα κύκλωμα $RC$ σε σειρά

Η εμπέδηση (ή σύνθετη αντίσταση)  $Z$  ενός κυκλώματος  $RC$  αποτελεί τη συνισταμένη δύο συνιστωσών: της ωμικής αντίστασης και της χωρητικής αντίστασης του πυκνωτή.

Προστίθενται διανυσματικά



Εδώ η γωνία φάσης για την  $R$  επιλέγεται ως ίση με μηδέν. Η γωνία φάσης για ένα καθαρά χωρητικό στοιχείο είναι  $-90^\circ$ .

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{2\pi fC} \right)^2}$$

Ο νόμος του Ohm σε ένα κύκλωμα  $RC$  σε σειρά μπορεί να γραφεί ως

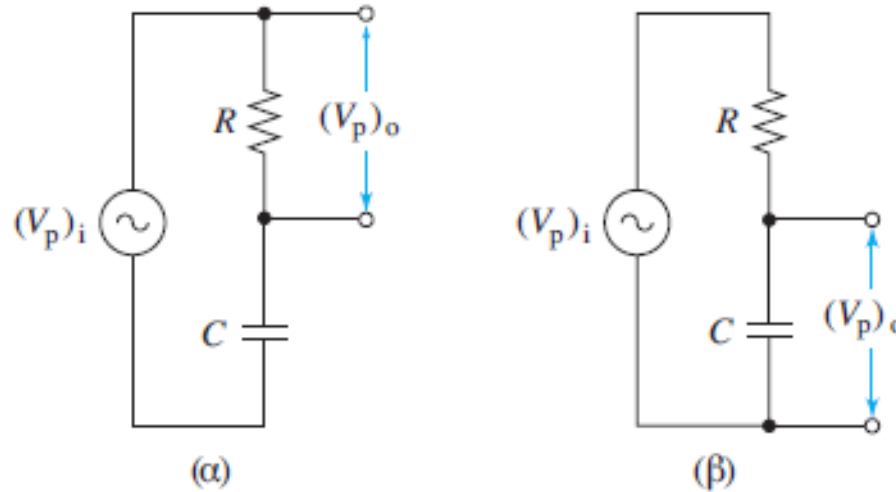
$$I_p = \frac{V_p}{Z} = \frac{V_p}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$$

ή

$$V_p = I_p Z = I_p \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$$

## Φίλτρα που βασίζονται σε κυκλώματα $RC$

Κυκλώματα  $RC$  σε σειρά χρησιμοποιούνται συχνά ως φίλτρα για να μειώσουν τις υψηλές συχνοτικές συνιστώσες σημάτων, επιτρέποντας τη διέλευση των βαθύσυχνων συνιστωσών (*βαθυπερατά φίλτρα*) ή αντίθετα να μειώσουν τις βαθύσυχνες συνιστώσες επιτρέποντας τη διέλευση των υψηλών συχνοτικών συνιστωσών (*υψηλοπερατά φίλτρα*).



**Κύκλωμα φίλτρων  $RC$ :** (α) υψηλοπερατό φίλτρο και (β) βαθυπερατό φίλτρο.

## Υψιπερατά φίλτρα

$$I_p = \frac{(V_p)_i}{Z} = \frac{(V_p)_i}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$$

Επειδή στα άκρα της αντίστασης η τάση βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα θα είναι

$$I_p = \frac{(V_p)_o}{R}$$

και

$$\frac{(V_p)_o}{(V_p)_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}} = \frac{R}{Z}$$

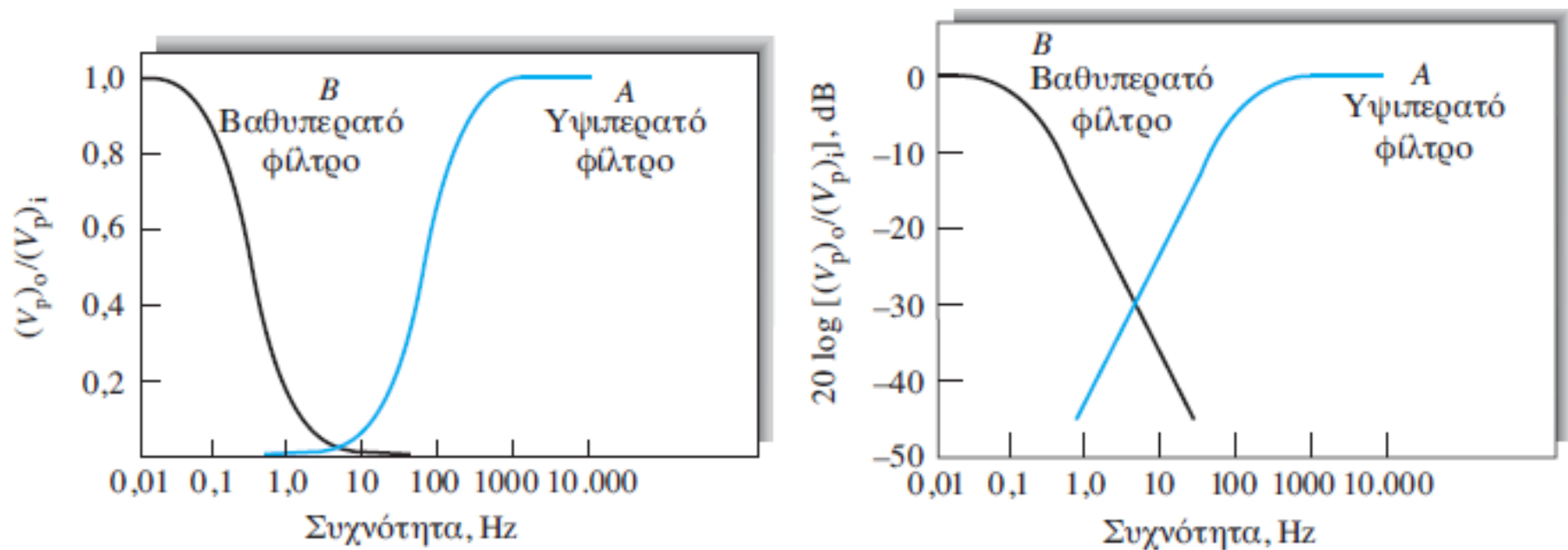
## Βαθυπερατά φίλτρα

Για το βαθυπερατό φίλτρο ισχύει η σχέση

$$(V_p)_o = I_p X_C$$

$$I_p = 2\pi f C (V_p)_o$$

$$\frac{(V_p)_o}{(V_p)_i} = \frac{1/2\pi f C}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi f C}\right)^2}} = \frac{X_C}{Z}$$



Απόκριση συχνότητας ενός υψιπερατού και ενός βαθυπερατού φίλτρου.

## ΗΜΙΑΓΩΓΟΙ ΚΑΙ ΗΜΙΑΓΩΓΑ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ

Τα ηλεκτρονικά κυκλώματα συνήθως περιλαμβάνουν ένα ή περισσότερα μη γραμμικά στοιχεία, όπως είναι τα τρανζίστορ, οι ημιαγωγοί δίοδοι και οι ηλεκτρονικές λυχνίες κενού ή αερίου.

Σε αντίθεση με στοιχεία όπως οι αντιστάσεις, οι πυκνωτές και οι επαγωγείς, **οι τάσεις (ή τα ρεύματα) εισόδου και εξόδου στις μη γραμμικές συσκευές και στοιχεία δεν συνδέονται αναλογικά ή γραμμικά μεταξύ τους.**

Τα μη γραμμικά στοιχεία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μετατροπή ενός ηλεκτρικού σήματος AC σε DC (*ανόρθωση*) ή αντιστρόφως, για την ενίσχυση ή εξασθένιση μιας τάσης ή ρεύματος (*διαμόρφωση πλάτους*) ή για να αλλαχθεί η συχνότητα ενός σήματος AC (*διαμόρφωση συχνότητας*).

## **ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΙ ΕΝΙΣΧΥΤΕΣ ΣΤΗ ΧΗΜΙΚΗ ΟΡΓΑΝΟΛΟΓΙΑ**

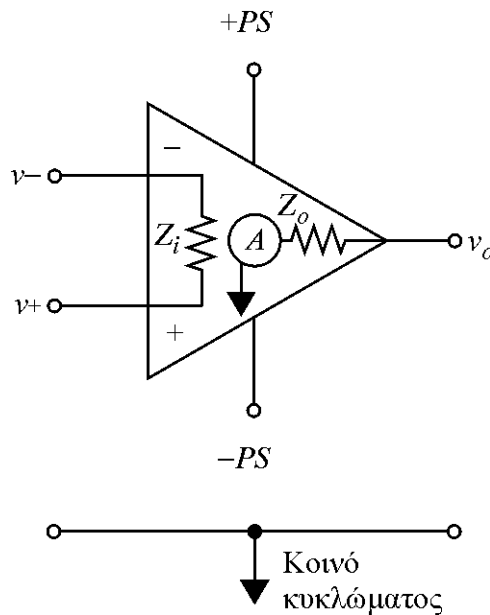
Τα περισσότερα σύγχρονα κυκλώματα επεξεργασίας αναλογικών σημάτων οφείλουν την επιτυχή λειτουργία τους σε μια κατηγορία ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, τα οποία είναι γνωστά ως τελεστικοί ενισχυτές. Τους τελεστικούς ενισχυτές τους συναντούμε παντού.

### **ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΤΕΛΕΣΤΙΚΩΝ ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ**

Οφείλουν το όνομά τους στις αρχικές εφαρμογές τους στο πεδίο των αναλογικών υπολογιστών, όπου χρησιμοποιήθηκαν για την εκτέλεση μαθηματικών τελέσεων, όπως άθροιση, πολλαπλασιασμός, διαφόριση και ολοκλήρωση.

Με τελεστικούς ενισχυτές πραγματοποιούνται ακριβείς μετρήσεις τιμών τάσεως, ρεύματος και αντίστασης, τα οποία αποτελούν τις μετρούμενες παραμέτρους μεταλλακτών που χρησιμοποιούνται στα χημικά όργανα.

Οι τελεστικοί ενισχυτές χρησιμοποιούνται επίσης ευρύτατα στην κατασκευή πηγών σταθερού ρεύματος και σταθερής τάσης.



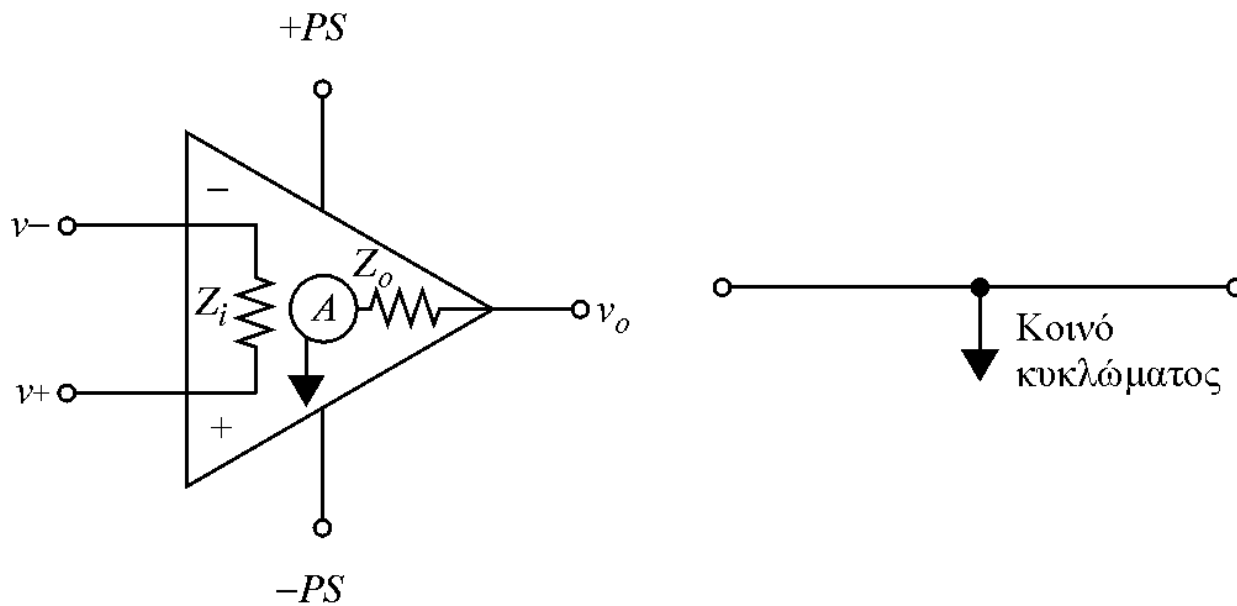
Διάγραμμα ισοδύναμου κυκλώματος τελεστικού ενισχυτή.

Τα δυναμικά εισόδου συμβολίζονται ως  $v_+$  και  $v_-$ . Η εισαγόμενη διαφορά τάσεων  $v_s$  είναι η διαφορά αυτών των δύο δυναμικών, δηλαδή,  $v_s = v_- - v_+$ . Οι συνδέσεις με την τροφοδοσία ισχύος του κυκλώματος συμβολίζονται ως  $+PS$  και  $-PS$  και συνήθως έχουν τιμές  $+15$  και  $-15$  V DC.

*Απολαβή ανοικτού βρόχου* (open-loop gain) του τελεστικού ενισχυτή  $A$

$$v_o = -A \times v_s$$

$Z_i$  και  $Z_o$  είναι οι εμπεδήσεις εισόδου και εξόδου του τελεστικού ενισχυτή. Το σήμα εισόδου μπορεί να είναι AC και DC, οπότε αντίστοιχο θα είναι και το σήμα εξόδου.



Τα αρνητικά και θετικά σημεία δηλώνουν την αναστρέφουσα (inverting input) και την μη αναστρέφουσα είσοδο (non-inverting input). Κάθε είσοδος μπορεί να συνδεθεί με σήματα θετικά ή αρνητικά ανάλογα με τη χρήση του κυκλώματος.

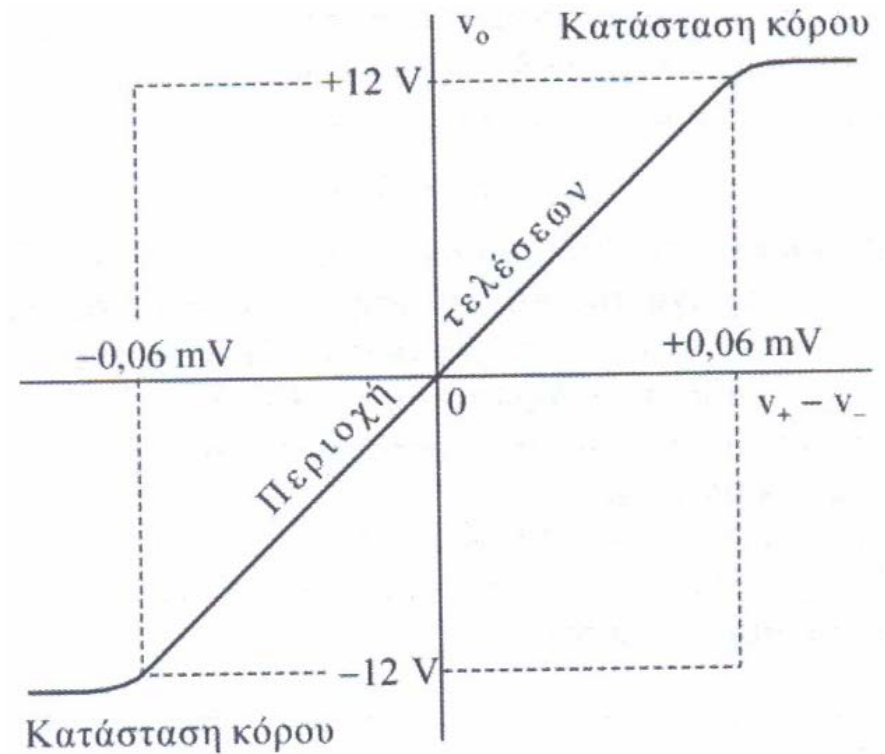
1. Αν μια αρνητική τάση συνδεθεί με την αναστρέφουσα είσοδο η έξοδος του ενισχυτή καθίσταται θετική.
2. Ένα σήμα AC συνδεόμενο με την αναστρέφουσα είσοδο δημιουργεί ένα σήμα εξόδου, που βρίσκεται εκτός φάσης κατά  $180^\circ$  ως προς το σήμα εισόδου. Αντίθετα, η μη αναστρέφουσα είσοδος ενός ενισχυτή δημιουργεί ένα σήμα εξόδου σε φάση.
3. Στην περίπτωση εφαρμογής σήματος DC στη μη αναστρέφουσα είσοδο το σήμα εξόδου θα είναι σήμα DC, που θα έχει την ίδια πολικότητα με το σήμα εισόδου.

**Παράδειγμα:** Μεταξύ ποιων τιμών πρέπει να κυμαίνεται η διαφορά  $v_+ - v_-$  στις εισόδους ενός ΤΕ, με απολαβή ανοικτού βρόχου 200.000 και περιοχή τελέσεων  $-12\text{ V}$  έως  $+12\text{ V}$ , ώστε ο ΤΕ να μη περιέλθει σε κατάσταση **κόρου** (saturation).

Έχουμε  $v_+ - v_- = v_o/A$  από την οποία για  $v_o = -12\text{ V}$  και  $+12\text{ V}$  είναι αντιστοίχως  
 $v_+ - v_- = (-12\text{ V}) / 200.000 = -0,00006\text{ V}$   
ή  $-0,06\text{ mV}$

$v_+ - v_- = (+12\text{ V}) / 200.000 = +0,00006\text{ V}$   
ή  $+0,06\text{ mV}$

Επομένως, ο ΤΕ δεν περιέρχεται σε κατάσταση κόρου, εάν η τιμή της διαφοράς  $v_+ - v_-$  διατηρείται στην εξαιρετικά περιορισμένη περιοχή των  $-0,06$  έως  $+0,06\text{ mV}$



Γραφική παράσταση της εξίσωσης  $v_o = -A \times v_s$  για ΤΕ με απολαβή ανοικτού βρόχου 200.000 και περιοχή τελέσεων  $-12$  έως  $+12\text{ V}$

## **Σε ελάχιστες περιπτώσεις οι ΤΕ χρησιμοποιούνται σε διάταξη ανοικτού βρόχου.**

Οι λόγοι είναι οι ακόλουθοι:

1. Η ενίσχυση του σήματος εισόδου (δηλ. της διαφοράς  $v_+ - v_-$ ) δεν είναι δυνατόν να ρυθμιστεί στις επιθυμητές τιμές, αλλά είναι καθορισμένη κατά μόνιμο τρόπο (από τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του ΤΕ) και επιπλέον εξαρτάται δραστικά από τη συχνότητα του σήματος εισόδου.
2. Το σήμα εισόδου πρέπει να βρίσκεται σε μια εξαιρετικά στενή περιοχή τιμών για να μη περιέλθει ο ΤΕ σε κατάσταση κόρου. Τα επίπεδα θορύβου των συνηθισμένων εργαστηριακών σημάτων (π.χ. κατά την ποτενσιομετρία) ξεπερνούν κατά πολύ αυτή την περιοχή και έτσι, ο ΤΕ θα βρισκόταν σχεδόν μόνιμα στη μη λειτουργική κατάσταση κόρου.
3. Γενικά, ο ΤΕ βρίσκεται σε μια ασταθή κατάσταση εξαιτίας της υψηλής απολαβής της μονάδας στην κατάσταση ανοικτού βρόχου.

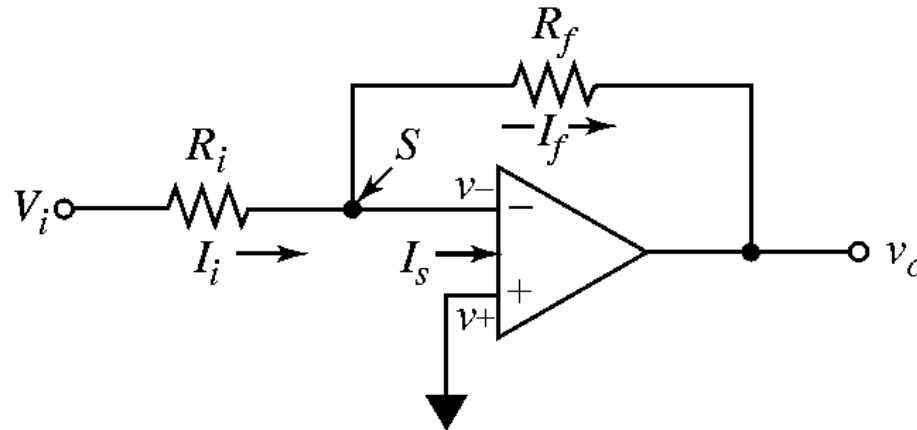
## Διάταξη κλειστού βρόχου

Διάταξη κλειστού βρόχου: Επιστροφή του σήματος εξόδου ή κάποιου κλάσματός του σε μία από τις δύο εισόδους.

Όταν το σήμα εξόδου του τελεστικού ενισχυτή συνδέεται με μια από τις εισόδους του τότε έχουμε *ανατροφοδότηση* (feedback).

*Αντίσταση ανατροφοδότησης*  $R_f$ .

σημείο  $S$ : *αθροιστικό σημείο* (summing point).



1. Ρυθμίζει το σήμα εισόδου κατά προτίμηση
2. Αποφεύγεται η κατάσταση αστάθειας λόγω υψηλής απολαβής
3. Το σήμα εισόδου δεν χρειάζεται να βρίσκεται σε στενή περιοχή τιμών

## **ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ**

Το φορτίο  $Q$  ενός πυκνωτή είναι απευθείας ανάλογο προς την εφαρμοζόμενη τάση. Επομένως

$$Q = C V$$

$V$  (σε volt) είναι το εφαρμοζόμενο δυναμικό  $Q$  είναι η ποσότητα του φορτίου (σε coulomb),  $C$  η χωρητικότητα του πυκνωτή σε farad (F).

Ο νόμος του Ohm περιγράφει τη σχέση μεταξύ δυναμικού, αντίστασης και ρεύματος σε ένα *κύκλωμα σειράς* αντιστάσεων.

$$V = I R$$

όπου  $V$  είναι η διαφορά δυναμικού σε volt μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος,  $R$  είναι η αντίσταση μεταξύ των σημείων σε ohm και  $I$  είναι το παραγόμενο ρεύμα σε ampère

## Κυκλώματα αντιστάσεων σε σειρά

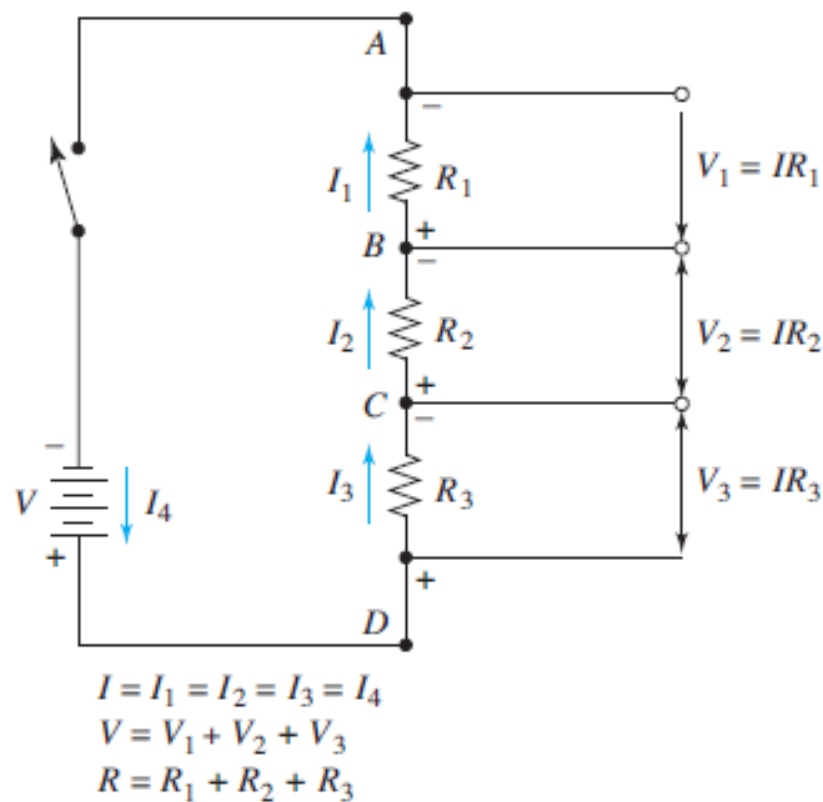
Εφαρμογή του κανόνα των ρευμάτων του Kirchhoff στο σημείο  $D$  του κυκλώματος παρέχει

$$I_4 - I_3 = 0 \text{ ή } I_4 = I_3$$

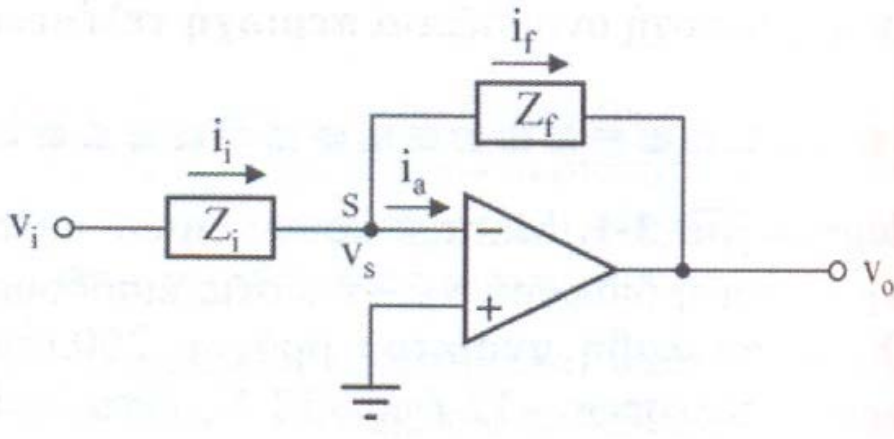
Το ρεύμα σε όλα τα σημεία σε ένα κύκλωμα σειράς είναι το ίδιο.

Εφαρμογή του κανόνα των τάσεων του Kirchhoff στο κύκλωμα παρέχει

$$V - V_3 - V_2 - V_1 = 0 \text{ ή } V = V_1 + V_2 + V_3$$



Στη διάταξη **κλειστού βρόχου** (closed loop), με τη βοήθεια του κυκλώματος **ανατροφοδότησης** ή **ανάδρασης** (feedback), ένα κλάσμα του σήματος εξόδου επανεισάγεται στην αναστρέφουσα είσοδο (αρνητική ανατροφοδότηση). Το σήμα εξόδου θα σταθεροποιηθεί στην τιμή εκείνη, που το κλάσμα αυτό θα εξουδετερώνει το αρχικό σήμα στην αναστρέφουσα είσοδο. Η διάταξη κλειστού βρόχου με αρνητική ανατροφοδότηση 'χαλινάγωγεί' την υψηλή απολαβή ανοικτού βρόχου του ΤΕ και επιβάλλει μια κατά πολύ χαμηλότερη, αλλά απόλυτα ελεγχόμενη και ρυθμιζόμενη τελική **απολαβή κλειστού βρόχου** (closed loop gain).



$$i_i = i_a + i_f$$

$$i_i = (v_i - v_s)/Z_i$$

$$i_f = (v_s - v_o)/Z_f$$

$$(v_i - v_s)/Z_i = i_a + (v_s - v_o)/Z_f$$

$$v_o = v_s(1 + Z_f/Z_i) - v_i(Z_f/Z_i) + i_a Z_f$$

όμως

$$v_o = A(v_+ - v_-) = A(0 - v_s) = -A v_s$$

$$v_s = -v_o/A$$

$$v_o = \frac{-v_i(Z_f/Z_i) + i_a Z_f}{1 + (1 + Z_f/Z_i)/A}$$

1. Το ρεύμα  $i_a$ , που εισέρχεται στην είσοδο του ΤΕ, είναι πρακτικά μηδενικό:  
 $i_a \approx 0$

2. Η απολαβή ανοικτού βρόχου είναι πρακτικά άπειρη, δηλαδή

$$A \approx \infty$$

τότε

$$v_o = -\frac{Z_f}{Z_i} v_i$$

Ο λόγος  $Z_f / Z_i$  ονομάζεται **απολαβή (ή συντελεστής ενίσχυσης) κλειστού βρόχου (closed-loop gain)** και ρυθμίζεται εύκολα με κατάλληλη επιλογή των τιμών  $Z_f$  και  $Z_i$ .

Επίσης, για  $A \approx \infty$ , τότε θα είναι  $v_s \approx 0$

## **Θεμελιώδεις κανόνες λειτουργίας τελεστικών ενισχυτών**

1<sup>ος</sup> . Τα ρεύματα στις εισόδους ενός ΤΕ θεωρούνται μηδενικά

2<sup>ος</sup> . Η τάση εξόδου  $v_o$  ενός ΤΕ αποκτά τέτοια τιμή ώστε  $v_+ = v_-$

## Χαρακτηριστικά ποιότητας ΤΕ

Απολαβή ανοικτού βρόχου: Άπειρη για τον ιδανικό ΤΕ.

Όρια τάσης εξόδου: Δεν μπορεί να ξεπερνά την τάση τροφοδοσίας.

Όρια ρεύματος εξόδου: Άπειρο για τον ιδανικό ΤΕ,  $\pm 5$  έως  $\pm 10$  mA υπό πραγματικές συνθήκες.

Εμπέδηση εισόδου  $Z_i$ : Άπειρη για τους ιδανικούς. Για τους περισσότερους ΤΕ μέχρι  $10^{15} \Omega$ .

Εμπέδηση εξόδου  $Z_o$ : Μηδενική για τους ιδανικούς. Πρακτικά από 10–1000  $\Omega$ .

Αντισταθμιστική τάση (offset voltage): Για μηδενική τάση εισόδου η τάση εξόδου δεν είναι μηδενική (0.01-10 mV). Χρήση ποτενσιομέτρου R (nulling potentiometer).

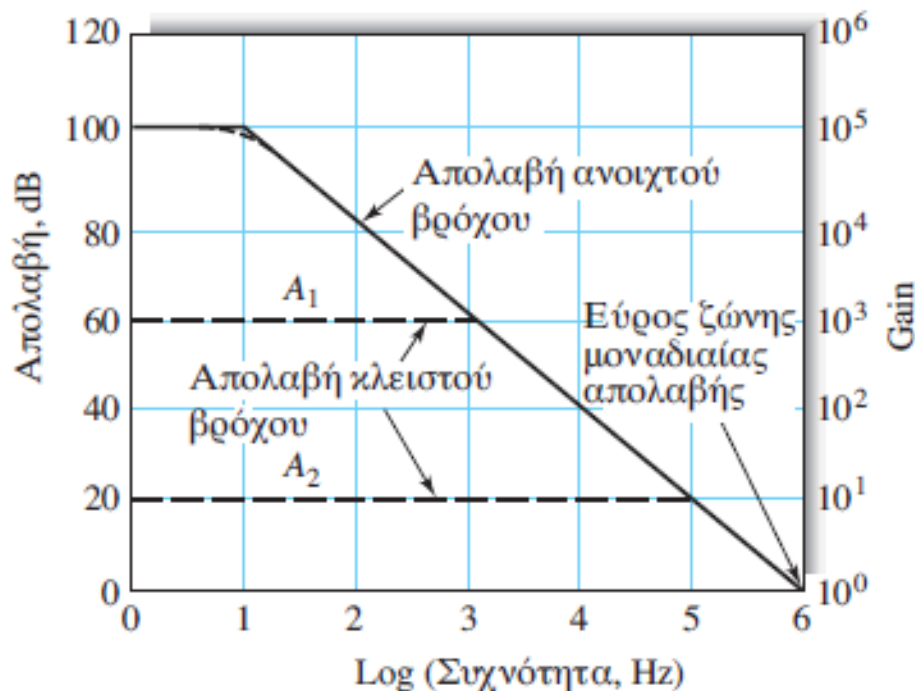
Ολίσθηση: Λόγω γήρανσης, θερμοκρασίας, υγρασίας κλπ.

Ταχύτητα απόκρισης: Ταχύτητα μεταβολής της τάσης εξόδου σε ακαριαίες μεταβολές της τάσης εισόδου. Άπειρη για τον ιδανικό, 0,1–100 V/μs για τους πραγματικούς.

Απόκριση σε υψίσυχνα σήματα: Η απολαβή εξαρτάται από τη συχνότητα του σήματος. Διάγραμμα Bode.

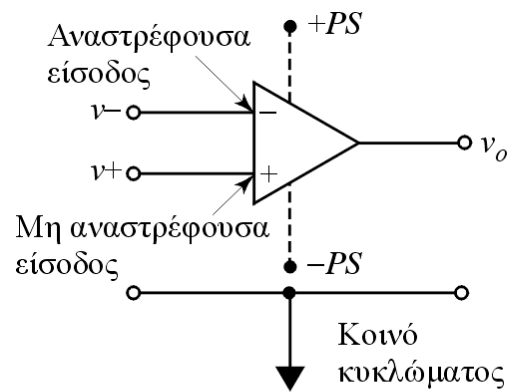
## Απόκριση σε συχνότητες κυκλώματος με αρνητική ανατροφοδότηση

Η απολαβή ενός τυπικού τελεστικού ενισχυτή ελαττώνεται ταχύτατα, όσο αυξάνει η συχνότητα των σημάτων εισόδου. Η απόκριση σε συχνότητες ενός τυπικού ενισχυτή συνήθως παρουσιάζεται με μορφή διαγράμματος Bode.

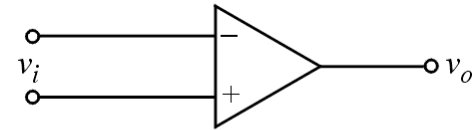


Η συνεχής γραμμή με τίτλο *απολαβή ανοικτού βρόχου* (open loop gain) αποδίδει τη συμπεριφορά του ενισχυτή χωρίς την αντίσταση ανατροφοδότησης  $R_f$ . Ο άξονας των τεταγμένων, όσο και ο άξονας των τετμημένων, είναι λογαριθμικοί και η απολαβή εκφράζεται σε decibel ή dB, όπου  $1 \text{ dB} = 20 \log(v_o/v_i)$ .

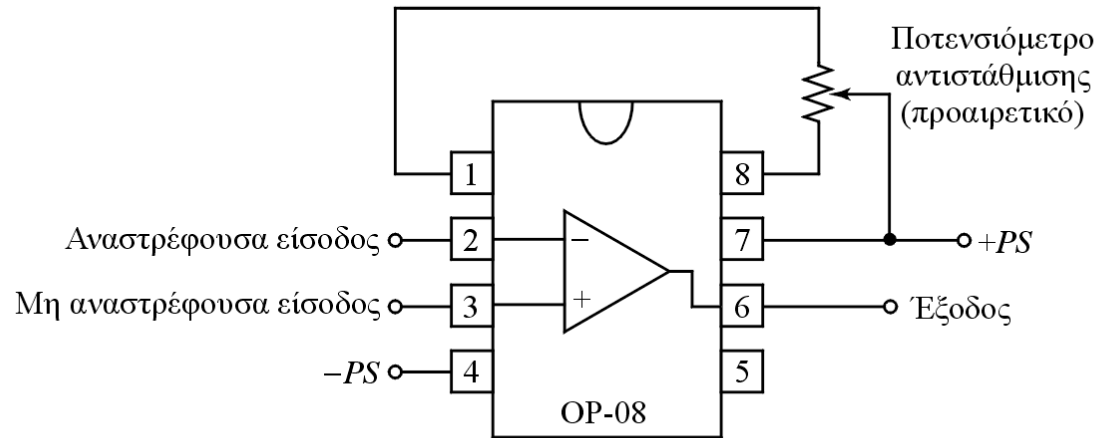
Καθώς αυξάνει η συχνότητα μετά τα 10 Hz, η απολαβή ανοικτού βρόχου μειώνεται, όπως ακριβώς και σε ένα βαθυπερατό φίλτρο.



(α)

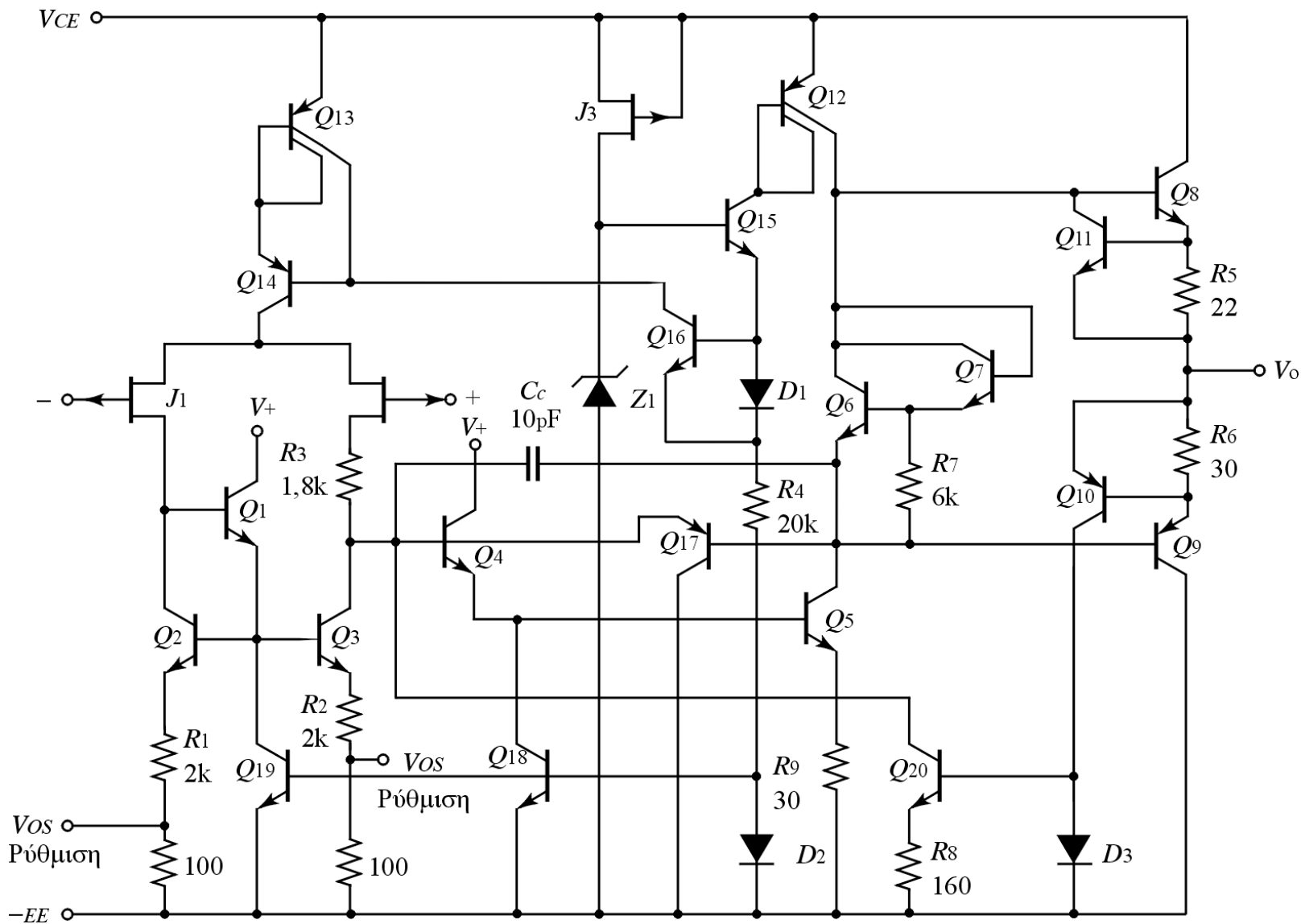


(β)



(γ)

Σύμβολα τελεστικών ενισχυτών. Συνηθισμένες λεπτομέρειες δίνονται στο (α). Τα δύο δυναμικά εισόδου  $v_-$  και  $v_+$ , όπως επίσης και το δυναμικό εξόδου μετρούνται ως προς το κοινό του κυκλώματος, το οποίο βρίσκεται στο δυναμικό της γείωσης. (β) Συνηθισμένος τρόπος απεικόνισης τελεστικού ενισχυτή στα ηλεκτρονικά κυκλώματα. (γ) Απεικόνιση εμπορικώς διαθέσιμου τελεστικού ενισχυτή σε ολοκληρωμένο κύκλωμα 8 ακίδων.



Κύκλωμα ενός τυπικού τελεστικού ενισχυτή

## Μετατροπέας ρεύματος σε τάση

Το σήμα εισόδου είναι ρεύμα και προέρχεται από “πηγή ρεύματος”. Στην απλούστερη περίπτωση ως πηγή ρεύματος μπορεί να θεωρηθεί μια πηγή τάσης και μια αντίσταση στη σειρά.

Ο ΤΕ θα αναπτύξει σήμα εξόδου  $v_o$  που θα μηδενίζει την τάση στην αναστρέφουσα είσοδο, αφού η μη αναστρέφουσα είναι γειωμένη (2ος ΘΚ). Το εισερχόμενο ρεύμα θα διέρχεται υποχρεωτικά από την αντίσταση ανατροφοδότησης  $R_f$ , οπότε με βάση την αυθαίρετη φορά του ρεύματος, θα είναι

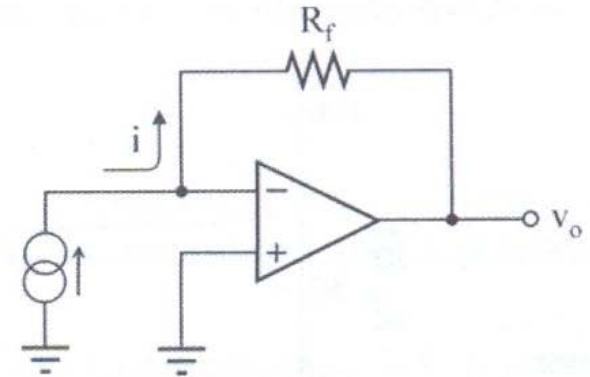
$$i = (v_- - v_o) / R_f = -v_o / R_f$$

από την οποία προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς

$$v_o = -i R_f$$

Στη χημική οργανολογία ο μετατροπέας I/V χρησιμοποιείται ευρύτατα λόγω του μεγάλου αριθμού των μεταλλακτών του τύπου:

φυσική ή χημική ποσότητα  $\rightarrow$  ηλεκτρικό ρεύμα

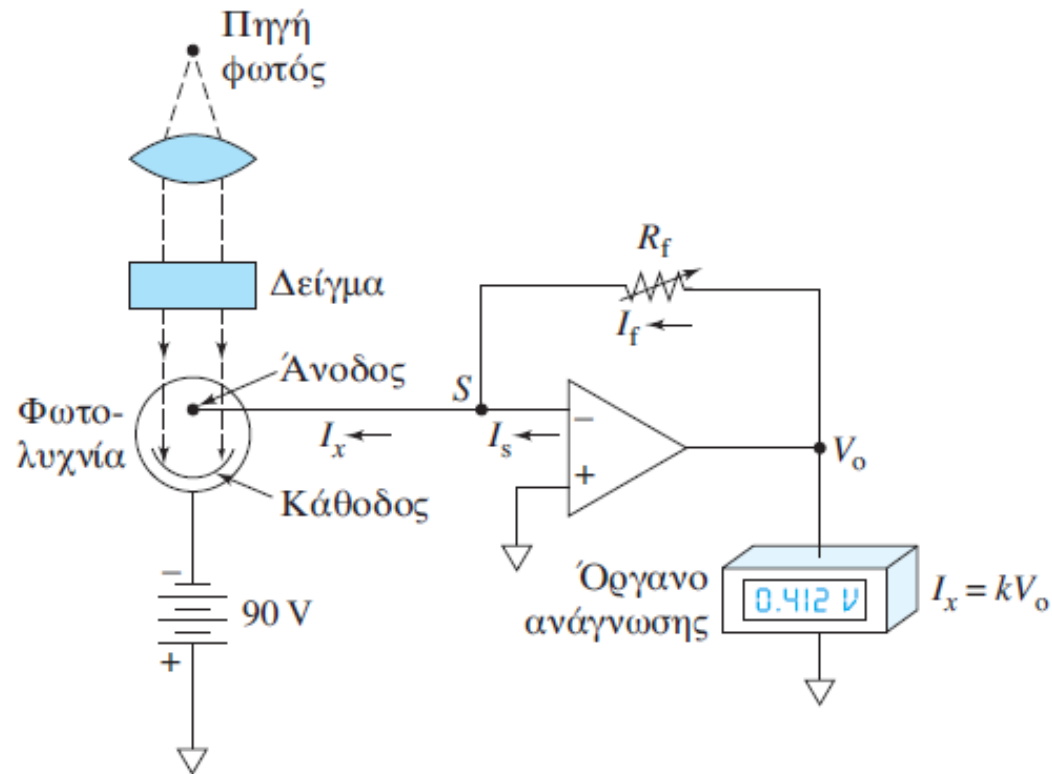


Μετατροπέας I/V.

Η ορθή μέτρηση μικρών ρευμάτων έχει ιδιαίτερη σημασία σε αναλυτικές τεχνικές (βολταμετρία, κουλομετρία, φωτομετρία και ανιχνευτή ιοντισμού φλόγας (χρωματογραφία)).

Η διαδικασία μέτρησης επηρεάζει σημαντικά το μετρούμενο σήμα, προκαλώντας ένα **σφάλμα φόρτισης**.

Αναπόφευκτα, κάθε διαδικασία μέτρησης διαταράσσει το εξεταζόμενο σύστημα κατά τέτοιο τρόπο, ώστε η πραγματικά μετρούμενη ποσότητα να διαφέρει από την αρχική (πριν από τη μέτρηση) τιμή της. Πρέπει η διατάραξη να παραμείνει όσο το δυνατόν μικρή.

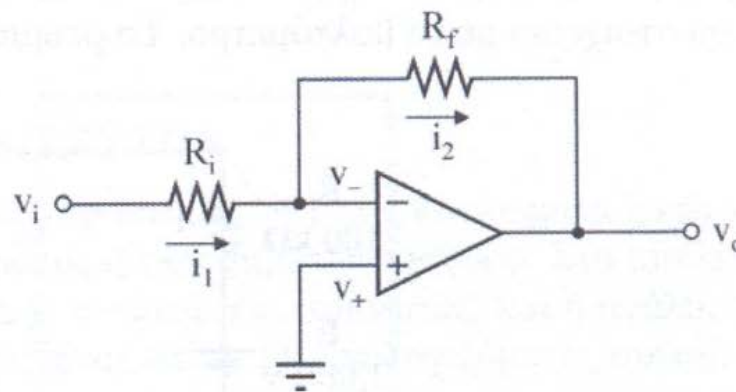


Εφαρμογή ενός τελεστικού ενισχυτή στη μέτρηση ενός μικρού φωτορρεύματος  $I_x$ .

## Αντιστροφέας ενισχυτής

Σύμφωνα με τον 1ο ΘΚ λειτουργίας των ΤΕ το ρεύμα που εισέρχεται στις εισόδους, είναι μηδενικό και επομένως το ρεύμα, που διαρρέει την αντίσταση εισόδου  $R_i$ , θα πρέπει να διαρρέει και την αντίσταση ανατροφοδότησης  $R_f$ , δηλαδή θα είναι

$$i_1 = i_2$$



Αντιστροφέας ενισχυτής.

Επειδή η μη αναστρέφουσα είσοδος είναι γειωμένη (δηλ. βρίσκεται σε μηδενική τάση), σύμφωνα με τον 2ο ΘΚ λειτουργίας των ΤΕ, η τάση εξόδου  $v_o$  θα αποκτήσει την τιμή εκείνη, που θα μηδενίσει την τάση στο αθροιστικό σημείο του κυκλώματος, οπότε  $v_- = 0$ . Με βάση την (αυθαίρετη) φορά των ρευμάτων του κυκλώματος θα είναι

$$i_1 = (v_i - v_-) / R_i = v_i / R_i$$

και

$$i_2 = (v_- - v_o) / R_f = -v_o / R_f$$

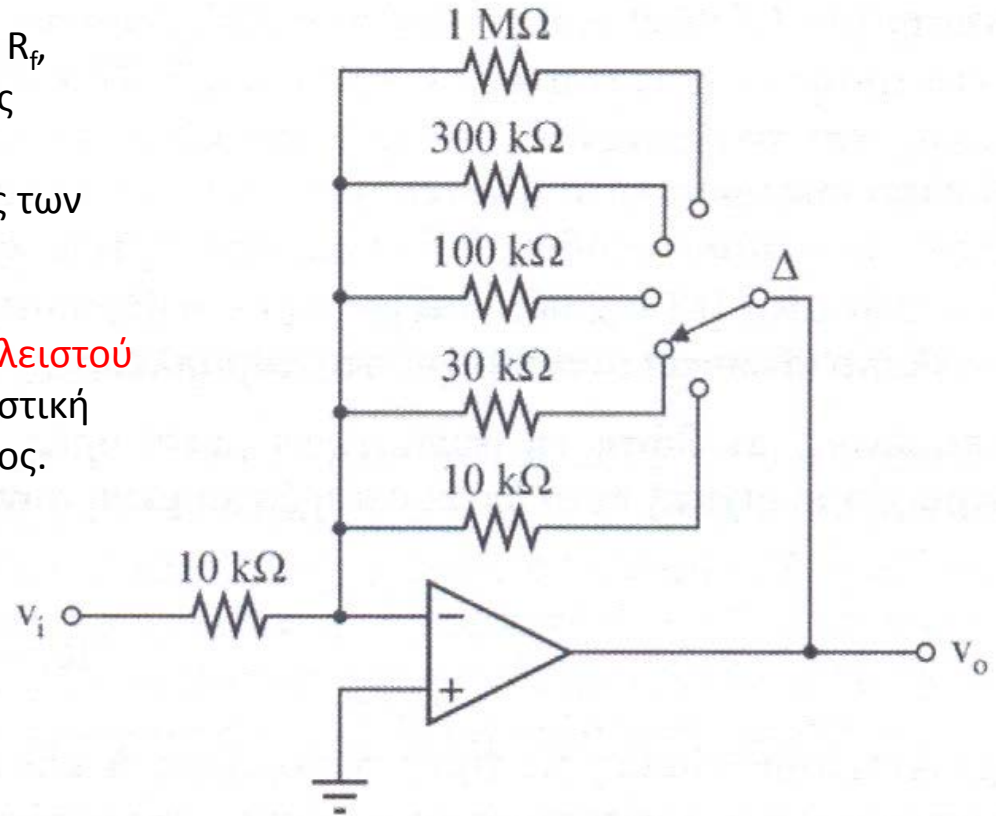
Συνδυασμός των Εξισώσεων

$$v_o = -(R_f / R_i) v_i$$

## Ενίσχυση σημάτων με τον αντιστροφέα ενισχυτή

Με κατάλληλη επιλογή των αντιστάσεων  $R_i$  και  $R_f$ , είναι δυνατός ο πολλαπλασιασμός του σήματος εισόδου με ένα σταθερό όρο. Η ακρίβεια της μαθηματικής τέλεσης εξαρτάται από τις ανοχές των τιμών των αντιστάσεων.

Ο λόγος  $R_f / R_i$  ισοδυναμεί προς την απολαβή κλειστού βρόχου του κυκλώματος και επίσης, χαρακτηριστική είναι η αντιστροφή της πολικότητας του σήματος.



Αντιστροφέας ενισχυτής με επιλογή απολαβής. Οι επιλεγόμενες απολαβές είναι:  $\times 1$ ,  $\times 3$ ,  $\times 10$ ,  $\times 30$  και  $\times 100$ .

## Αθροιστής ενισχυτής

Εάν στο κύκλωμα του αντιστροφέα ενισχυτή συνδεθούν (μέσω αντιστάσεων) περισσότερες πηγές σημάτων στο αθροιστικό σημείο του ΤΕ, τότε το κύκλωμα ονομάζεται **αθροιστής ενισχυτής** (summing amplifier).

Το ρεύμα  $i$ , που διαρρέει την αντίσταση ανατροφοδότησης  $R_f$ , είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων  $i_1$  και  $i_2$ , αφού δεν εισέρχεται ρεύμα στις εισόδους του ΤΕ (1ος ΘΚ), οπότε

$$i = i_1 + i_2$$

Με βάση την (αυθαίρετη) φορά των ρευμάτων του κυκλώματος και επειδή  $v_- = v_+ = 0$  (2ος ΘΚ), θα ισχύουν οι εξισώσεις

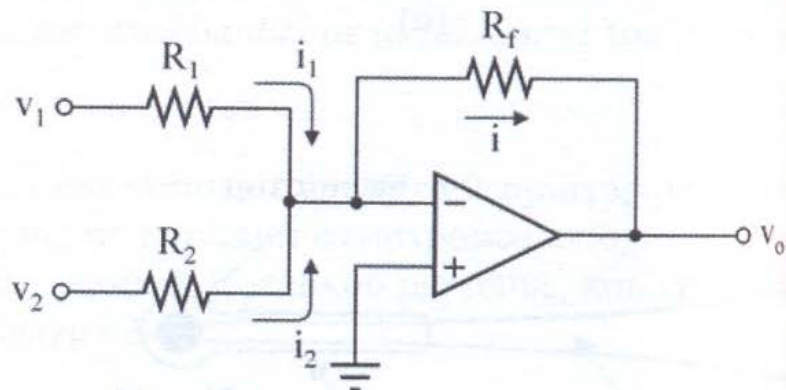
$$i = (v_- - v_o) / R_f \quad i_1 = (v_1 - v_-) / R_1 \quad i_2 = (v_2 - v_-) / R_2$$

Με συνδυασμό των τεσσάρων τελευταίων εξισώσεων, προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς της μονάδας

$$v_o = -R_f \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} \right)$$

Η προηγούμενη ανάλυση μπορεί να γενικευθεί για αθροιστή με  $n$  εισόδους, οπότε προκύπτει η γενικότερη συνάρτηση μεταφοράς

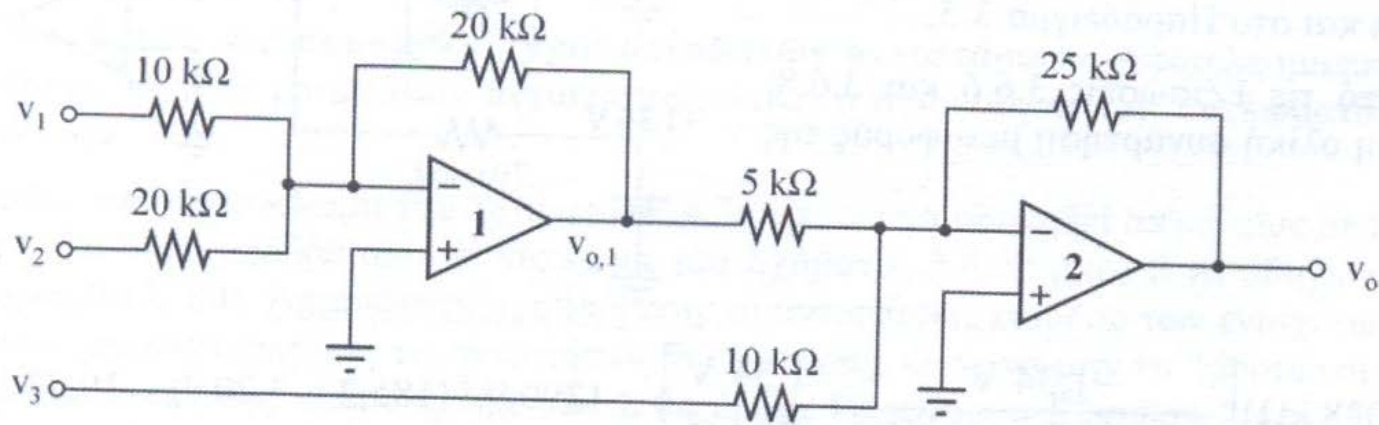
$$v_o = -R_f \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \dots + \frac{v_n}{R_n} \right)$$



Αθροιστής ενισχυτής (με δύο εισόδους).

**Παράδειγμα**  
ματος ΤΕ.

Να υπολογισθεί η συνάρτηση μεταφοράς  $v_o = F(v_1, v_2, v_3)$  του παρακάτω κυκλώ-



Απάντηση...

**Ενισχυτής διαφοράς** το τυπικό κύκλωμα του **ενισχυτή διαφοράς** (difference amplifier). Από τους κλάδους του κυκλώματος που διαρρέονται από τα ρεύματα  $i_1$  και  $i_2$ , προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις

$$i_1 = (v_1 - v_-) / R_i = (v_- - v_o) / R_f$$

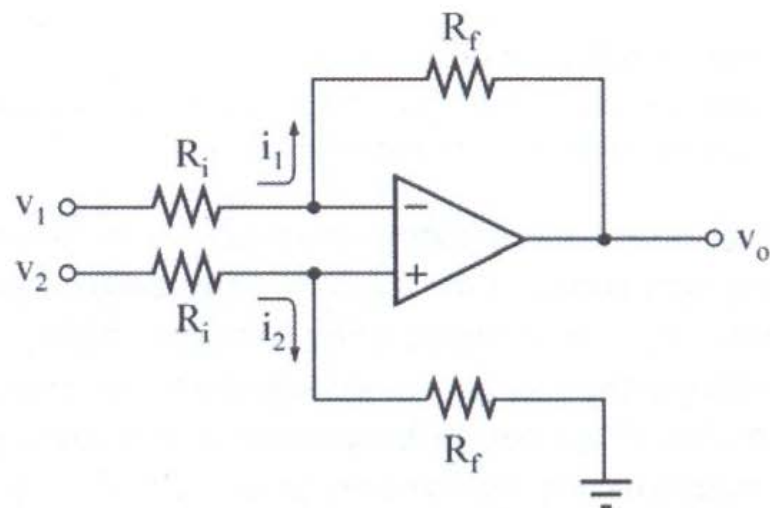
$$i_2 = (v_2 - v_+) / R_i = (v_+ - 0) / R_f$$

Με αφαίρεση

$$(v_2 - v_1 + \cancel{v_-} - \cancel{v_+}) / R_i = (\cancel{v_+} - \cancel{v_-} + v_o) / R_f$$

και επειδή είναι  $v_+ = v_-$  (2ος ΘΚ), από την τελευταία εξίσωση προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς

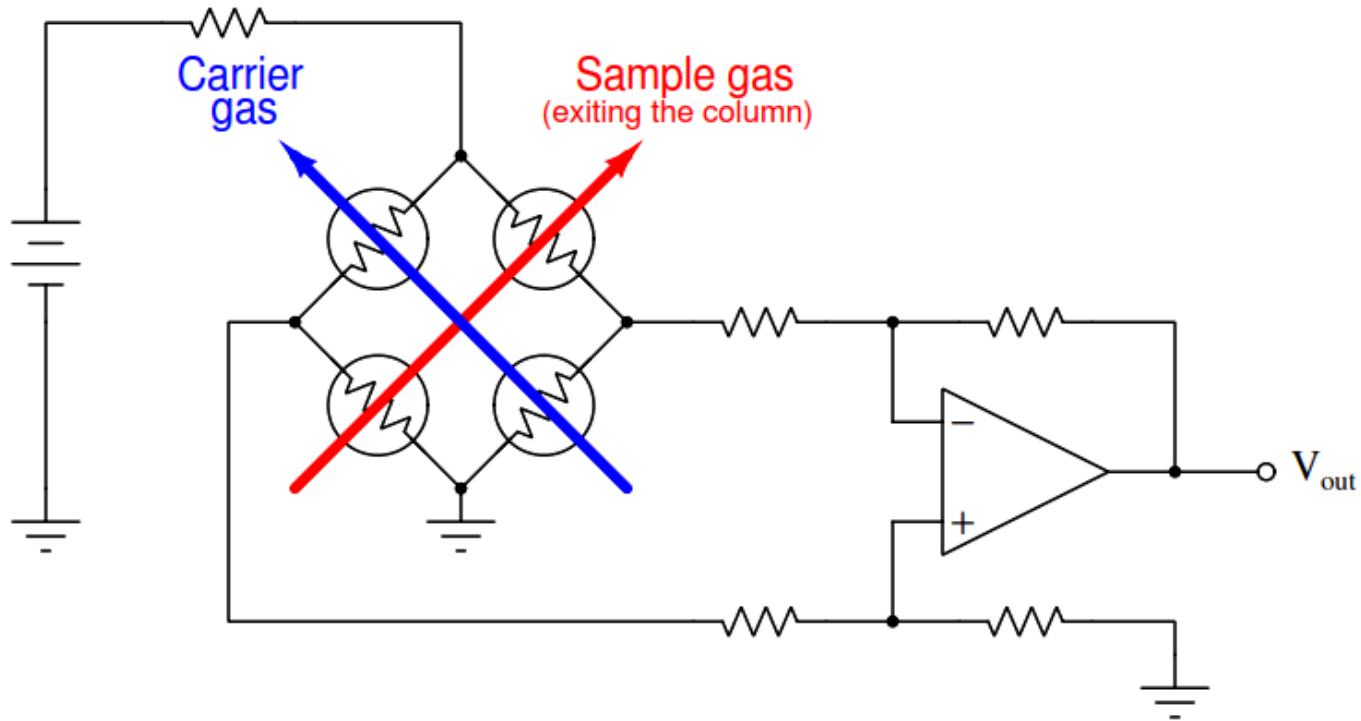
$$v_o = \frac{R_f}{R_i} (v_2 - v_1)$$



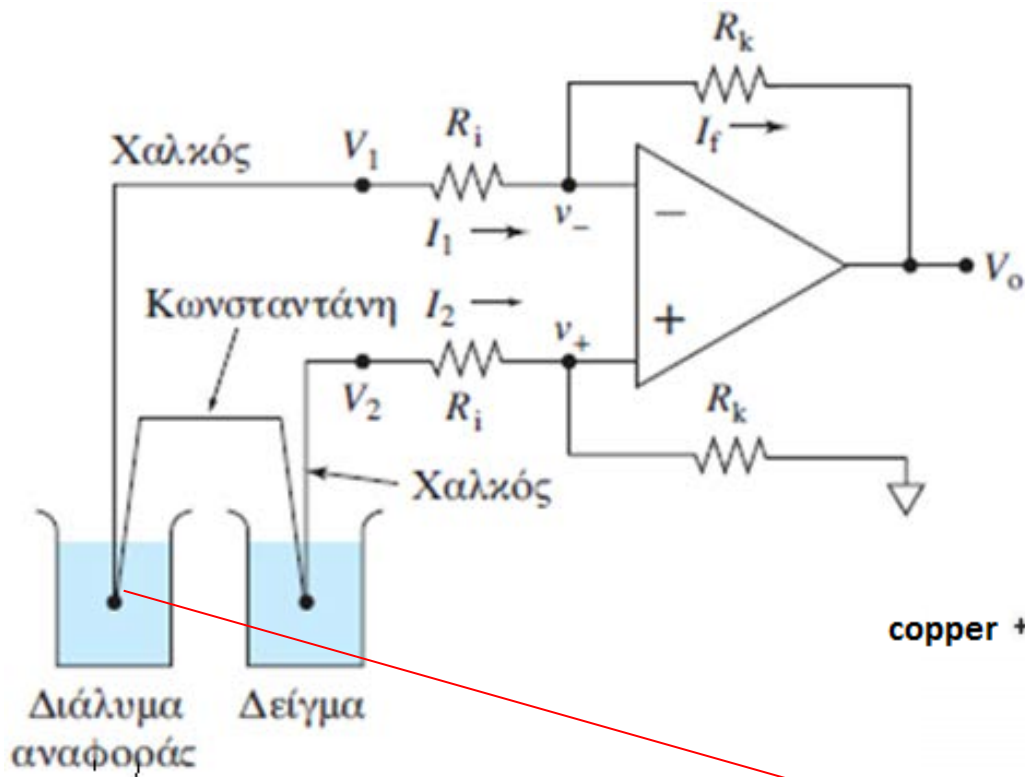
Ενισχυτής διαφοράς.

## Σύγκριση σημάτων εξόδου μεταλλακτών

**Εφαρμογή:** Συχνά χρειάζεται να μετρηθεί το σήμα, που οφείλεται σε έναν αναλύτη, σε σχέση με ένα σήμα αναφοράς (π.χ. TCD). Για τον σκοπό αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας ενισχυτής διαφοράς.

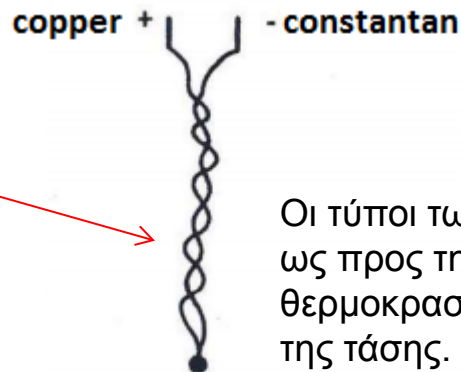


## Σύγκριση σημάτων εξόδου μεταλλακτών



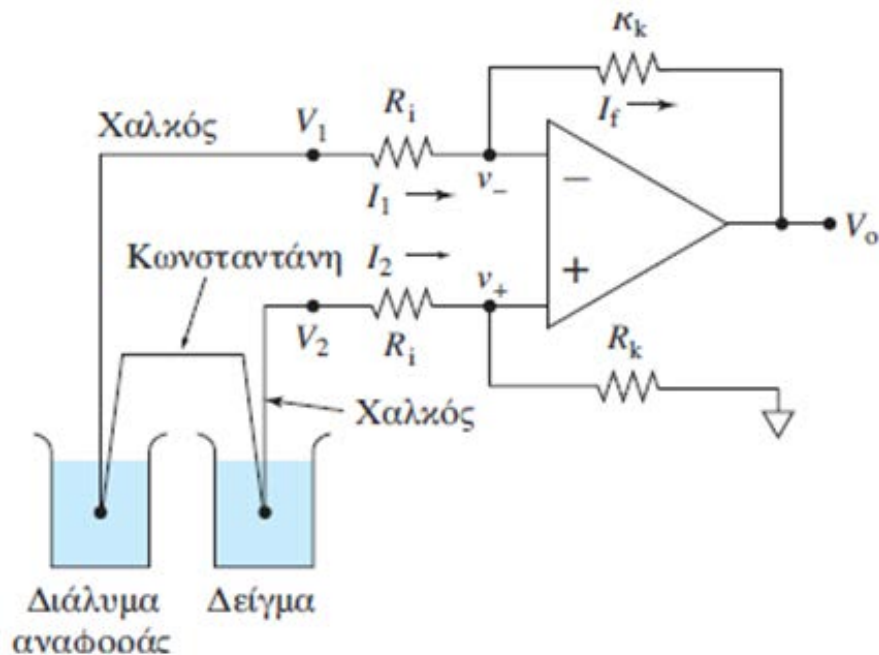
Ο ενισχυτής χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της θερμοκρασίας. Οι δύο αντιστάσεις εισόδου  $R_i$  έχουν ίδιες τιμές, όπως επίσης το ίδιο συμβαίνει και με την αντίσταση ανατροφοδότησης και την αντίσταση μεταξύ της μη αναστρέφουσας εισόδου και του κοινού ( $R_k$ ).

Τελεστικός ενισχυτής διαφοράς για τη μέτρηση της τάσης εξόδου δύο θερμοζευγών.



Οι τύποι των επαφών ποικίλουν ως προς την περιοχή θερμοκρασίας και την απόκλιση της τάσης.

Κάθε θερμοζεύγος συνήθως αποτελείται από σύρμα χαλκού σε επαφή με σύρμα κωνσταντάνης (κράμα Cu 55% - Ni 45%)



Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm στο κύκλωμα του Σχήματος

$$I_1 = \frac{V_1 - v_-}{R_i} \quad \text{και} \quad I_f = \frac{v_- - V_o}{R_k}$$

$$I_1 \approx I_f$$

$$\frac{V_1 - v_-}{R_i} = \frac{v_- - V_o}{R_k}$$

Και τελικά 
$$V_o = \frac{R_k}{R_i}(V_2 - V_1)$$

Οι μεταλλάκτες που παρουσιάζονται στο σχήμα είναι δύο *θερμοζεύγη επαφής* (thermocouple junctions).

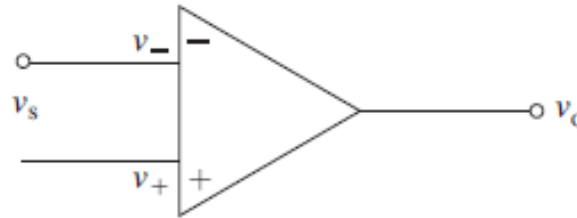
Το ένα θερμοζεύγος βυθίζεται σε ένα λουτρό αναφοράς (π.χ. ένα παγόλουτρο), που διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία. Σε καθεμία επαφή αναπτύσσεται ένα δυναμικό επαφής εξαρτώμενο από τη θερμοκρασία.

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα ζεύγη μετάλλων.

Για διαφορά 100 °C η διαφορά δυναμικού  $V_2 - V_1$  είναι 5 mV.

## Συγκριτές επιπέδου σήματος

Όταν ο τελεστικός ενισχυτής λειτουργεί ως συγκριτής, χρησιμοποιείται ανοικτός βρόχος (open loop) χωρίς ανατροφοδότηση

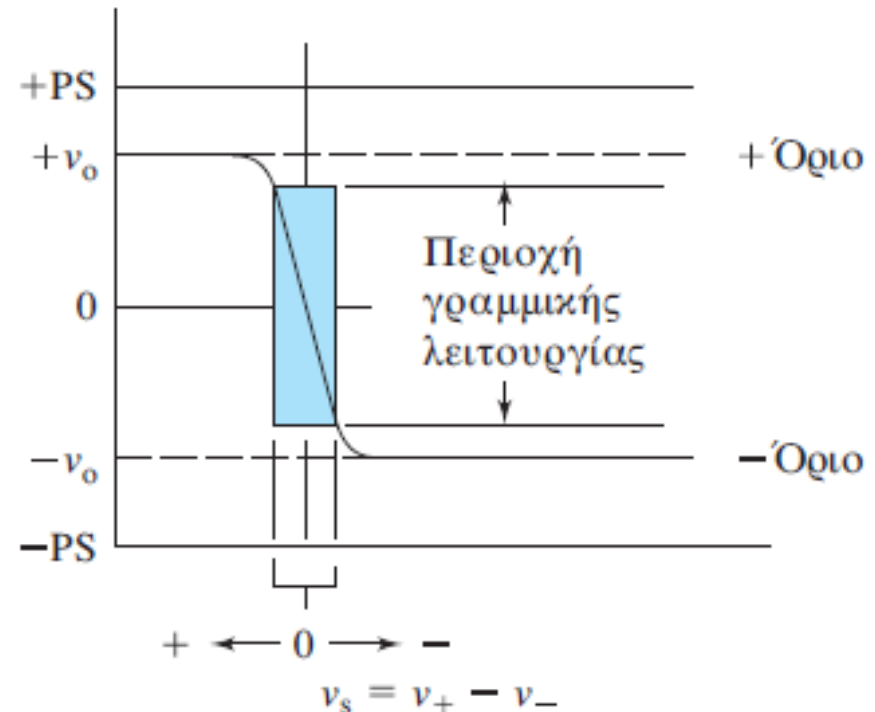


Οι προς σύγκριση τάσεις συνδέονται άμεσα στις δύο εισόδους του τελεστικού ενισχυτή. Το σήμα εξόδου παρέχεται από τη σχέση  $v_o = A v_s = -A (v_- - v_+)$ .

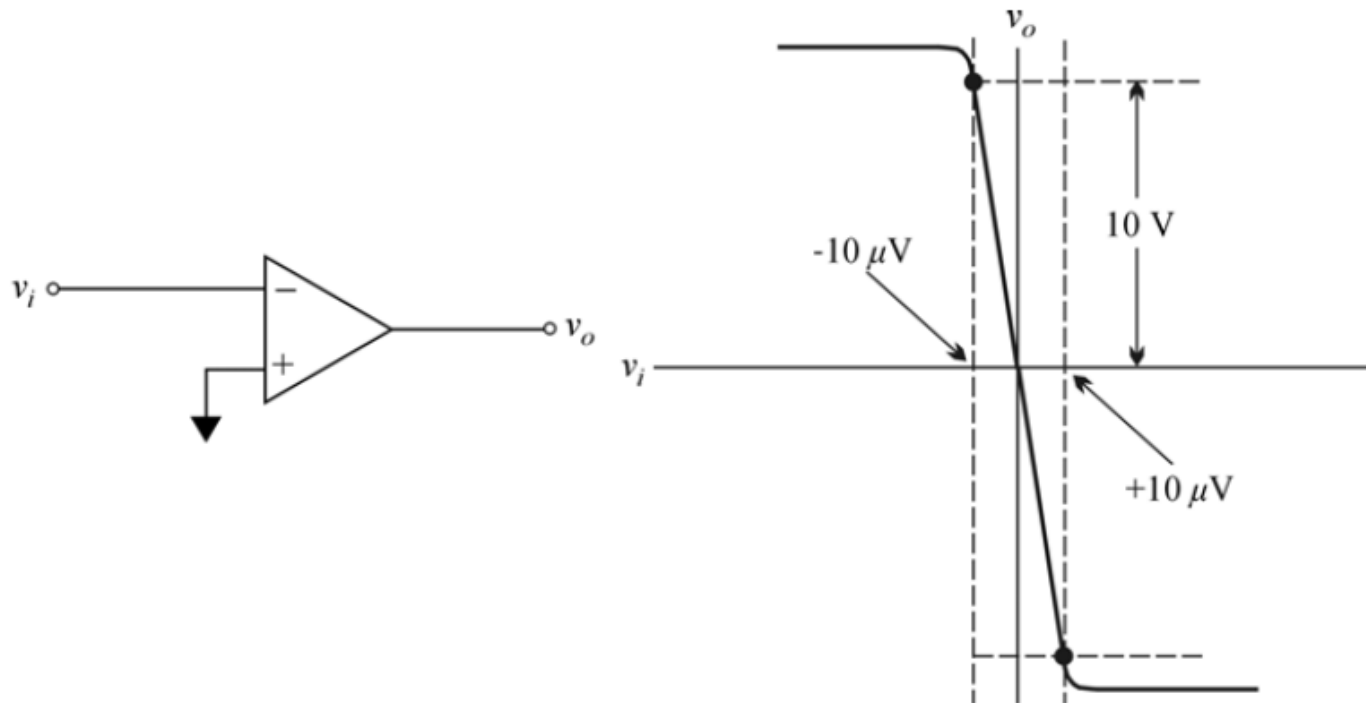
Συνήθως, επιδιώκουμε σύγκριση μεταξύ μίας τάσης μεταβλητού μεγέθους και μίας τάσης σταθερού μεγέθους (τάση αναφοράς).

**Παράδειγμα:** Για έναν ΤΕ, εάν  $A = 10^6$  και τα όρια που καθορίζονται από τις τάσεις τροφοδοσίας είναι  $\pm 13 \text{ V}$ , το σήμα εξόδου του ενισχυτή θα βρεθεί σε ένα από τα όρια με εξαίρεση μια πολύ στενή περιοχή, όπου  $v_s \geq -13 \text{ V}/10^6$  ή  $v_s \leq +13 \text{ V}/10^6$ .

Αν το σήμα εισόδου  $v_s$  βρίσκεται εκτός της περιοχής  $-13 \mu\text{V}$  έως  $+13 \mu\text{V}$ , η τάση εξόδου θα βρίσκεται σε μια οριακή κατάσταση (κόρου).



Συστήματα παρακολούθησης της στάθμης ενός σήματος και η σύγκρισή του με ένα σήμα αναφοράς, ανίχνευσης κορυφής κλπ.



Η τάση εισόδου συγκρίνεται με το κοινό του κυκλώματος.

Η γραμμική σχέση μεταξύ σημάτων εισόδου και εξόδου παύει να ισχύει για τάσεις εισόδου μεγαλύτερες από  $10 \mu\text{V}$  ή για τάσεις εξόδου μεγαλύτερες από  $10 \text{ V}$ .

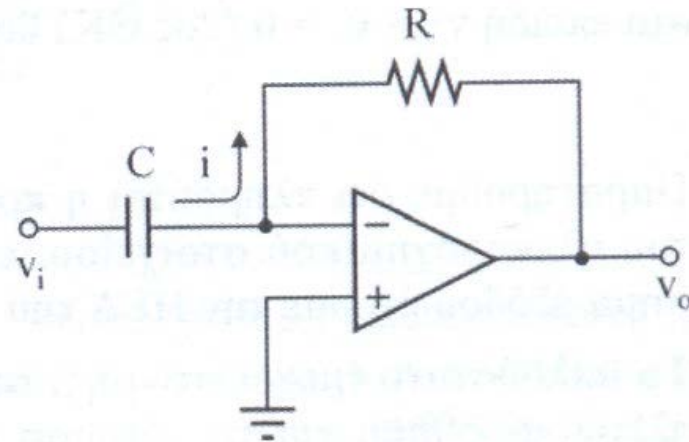
Η τάση εξόδου καθίσταται ανεξάρτητη της τάσης εισόδου και φθάνει στο θετικό ή αρνητικό όριο (κατάσταση κόρου).

## Διαφοριστής

Το σήμα εξόδου του **διαφοριστή** (differentiator) είναι ανάλογο της πρώτης παραγώγου (ως προς τον χρόνο) του σήματος εισόδου.

Το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή παρέχεται από τη σχέση  $i = C(dV/dt)$ . Οπου  $V$  η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή και είναι  $V = v_i - v_- = v_i$  (επειδή  $v_- = v_+ = 0$ , σύμφωνα με τον 1ο ΘΚ). Μετά τον πυκνωτή, το υπόλοιπο κύκλωμα δρα ως μετατροπέας  $I/V$ , οπότε  $v_o = -iR$  και τελικά η συνάρτηση μεταφοράς είναι

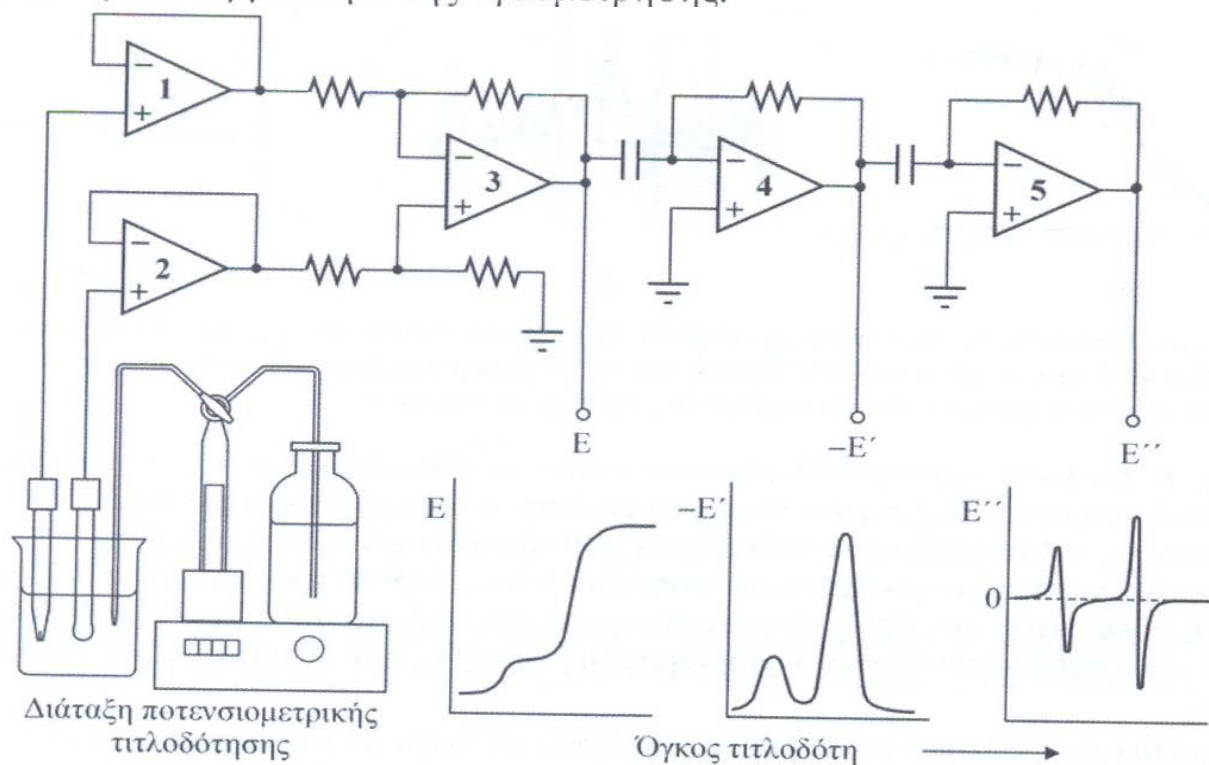
$$v_o = -RC \frac{dv_i}{dt}$$



Διαφοριστής ενισχυτής

## Ο διαφοριστής στις ποτενσιομετρικές τιτλοδοτήσεις.

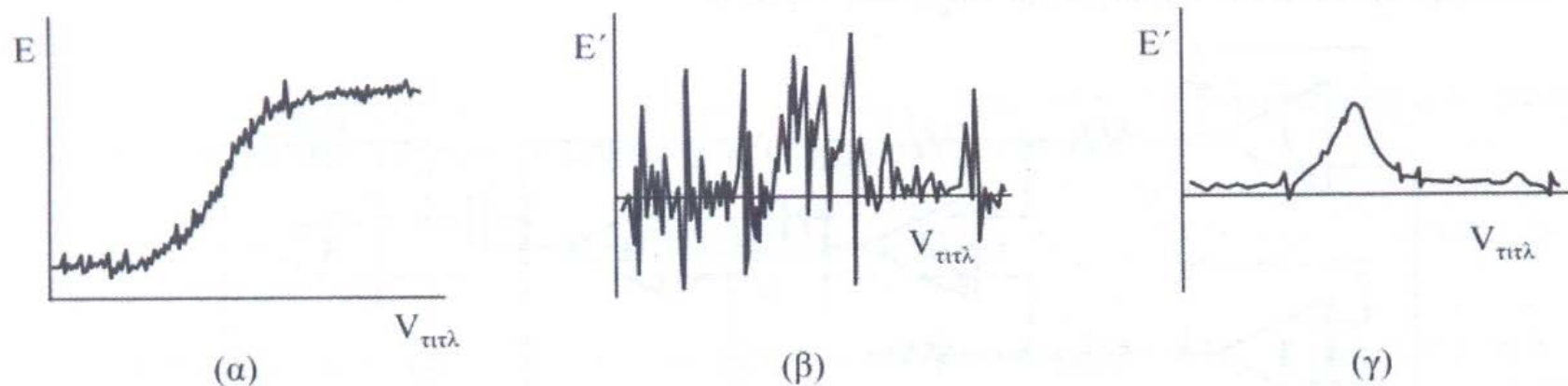
Το κύκλωμα αποτελείται από ένα ενισχυτή οργανολογίας (TE 1, 2 και 3) και δύο κυκλώματα διαφοριστών σε σειρά (TE 4 και 5). Το σήμα E στην έξοδο του ενισχυτή οργανολογίας αντιστοιχεί στην αρχική καμπύλη ογκομέτρησης. Το σήμα E' στην έξοδο του πρώτου διαφοριστή αντιστοιχεί στην πρώτη παράγωγο της καμπύλης (με αντίθετο πρόσημο). Στο διάγραμμα της πρώτης παραγώγου, τα τελικά σημεία καθορίζονται από τα μέγιστα των κορυφών, που εντοπίζονται εύκολα. Το σήμα E'' στην έξοδο του δεύτερου διαφοριστή αντιστοιχεί στη δεύτερη παράγωγο της καμπύλης ογκομέτρησης. Στο αντίστοιχο διάγραμμα τα τελικά σημεία καθορίζονται από τα σημεία διάβασης του μηδενός, που εντοπίζονται ακόμη ευκολότερα. Λόγω της καθορισμένης στάθμης σήματος της δεύτερης παραγώγου (μηδενικό σήμα) σε κάθε τελικό σημείο, είναι δυνατή η ανίχνευσή τους με κύκλωμα συγκριτή που θα προκαλέσει και την αυτόματη λήψη ένδειξης όγκου ή τον τερματισμό της ογκομέτρησης.



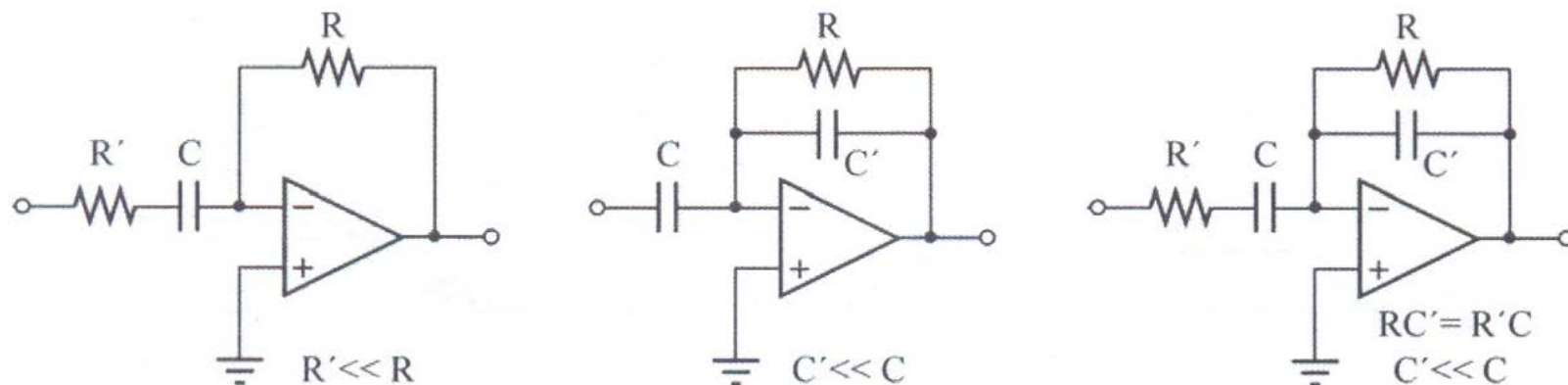
Διάταξη ποτενσιομετρικής ογκομέτρησης με διαδοχικά κυκλώματα διαφοριστών για τη λήψη της 1ης και 2ης παραγώγου της καμπύλης ογκομέτρησης.

Παρατήρηση. Η παρουσία υψίσυχνου θορύβου στο σήμα εισόδου προκαλεί σημαντικά προβλήματα στη λειτουργία του διαφοριστή. Στις περισσότερες περιπτώσεις ο θόρυβος εμφανίζει πολύ μεγαλύτερες τιμές παραγώγων από τις αντίστοιχες τιμές παραγώγων του σήματος εισόδου.

Για να περιορισθεί το πρόβλημα του θορύβου, συνδέεται σε σειρά με τον πυκνωτή εισόδου μια αντίσταση  $R'$  ή, παράλληλα με την αντίσταση ανατροφοδότησης, ένας πυκνωτής  $C'$  ή και τα δύο, όπως δείχνεται στα βελτιωμένα κυκλώματα διαφοριστών

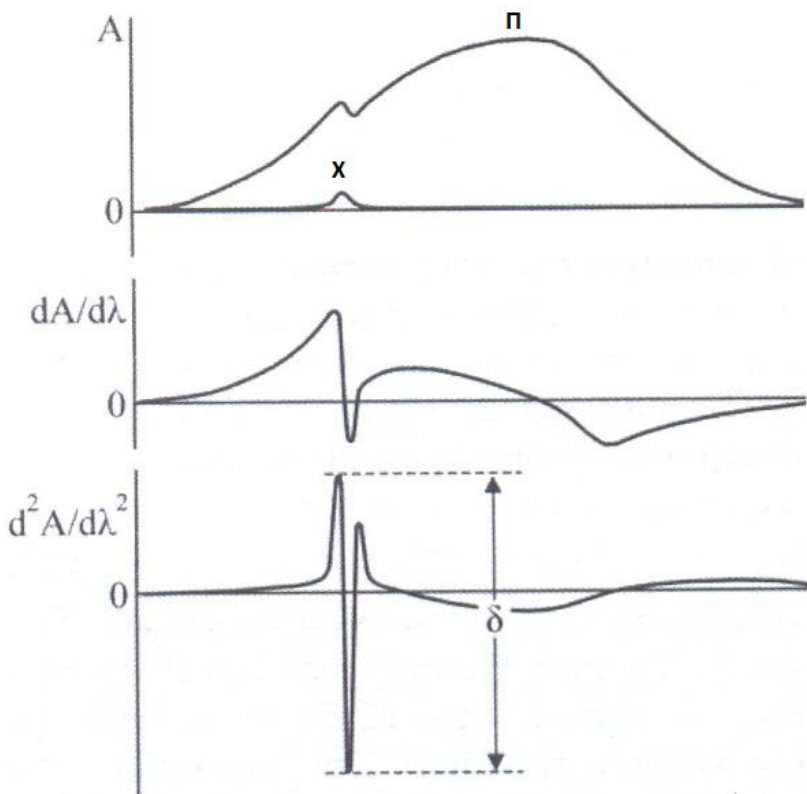


(α): Καμπύλη ογκομέτρησης με θόρυβο. (β) Πρώτη παράγωγος της καμπύλης ογκομέτρησης, που πάρθηκε με απλό κύκλωμα διαφοριστή. (γ): Πρώτη παράγωγος της καμπύλης ογκομέτρησης, που πάρθηκε με κύκλωμα διαφοριστή με μειωμένη ικανότητα διαφόρισης υψίσυχνων σημάτων.



Βελτιωμένα κυκλώματα διαφοριστών με περιορισμένη ικανότητα διαφόρισης υψίσυχνων σημάτων.

**Ο διαφοριστής στη φασματοσκοπία παραγώγων.** Κυκλώματα διαφοριστών χρησιμοποιούνται στη φασματοσκοπία παραγώγων (derivative spectroscopy). Με τη φασματοσκοπία παραγώγων μια ουσία Χ μπορεί να προσδιορισθεί παρουσία μεγάλης συγκέντρωσης μιας παρεμποδίζουσας ουσίας Π, εάν παρουσιάζει ζώνες απορρόφησης με πολύ μικρότερο ημιεύρος. Ο προσδιορισμός μπορεί να επιτευχθεί ακόμη



Φάσμα απορρόφησης μίγματος δύο ουσιών και η αντίστοιχη πρώτη και δεύτερη παράγωγός του. Το πλάτος  $\delta$  είναι ανάλογο της συγκέντρωσης της ουσίας με τη στενή φασματική ζώνη.

και εάν η ουσία Π παρουσιάζει πολύ μεγαλύτερη απορρόφηση και επικαλύπτει πλήρως την απορρόφηση της ουσίας Χ. Τούτο οφείλεται στο ότι οι τιμές των παραγώγων του φάσματος της ουσίας Χ είναι κατά πολύ μεγαλύτερες (απολύτως) από τις αντίστοιχες παραγώγους της Π. Μάλιστα, όσο αυξάνει η τάξη της παραγώγου, τόσο η διαφορά αυτή καθίσταται εντονότερη.

Η πρώτη παράγωγος και ιδιαίτερα η δεύτερη παράγωγος, εμφανίζουν έντονο σήμα, σε μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη φασματική ζώνη της ουσίας Χ. Το πλάτος των διακυμάνσεων των παραγώγων (π.χ. το  $\delta$  στο φάσμα δεύτερης παραγώγου) είναι ανάλογο της συγκέντρωσης της ουσίας Χ. Το φάσμα απορρόφησης  $A = \varphi(\lambda)$ , με τη βοήθεια μονοχρωμάτορα ισοταχούς σάρωσης, αντιπροσωπεύεται από ένα σήμα της μορφής  $v_i = \Phi(t)$ . Οι παράγωγοι μπορούν να ληφθούν απ' ευθείας, εάν το σήμα  $v_i$  εισαχθεί σε κύκλωμα δύο διαδοχικών διαφοριστών.

## Ολοκληρωτής

Το σήμα εξόδου του **ολοκληρωτή** (integrator) είναι ανάλογο του ολοκληρώματος του σήματος εισόδου (ως προς το χρόνο) από μια χρονική στιγμή και μετά.

Με κλειστό τον διακόπτη  $\Delta$  ο πυκνωτής είναι βραχυκυκλωμένος και δεν περιέχει ηλεκτρικό φορτίο. Το σήμα εξόδου του ΤΕ είναι μηδέν, επειδή η μη αναστρέφουσα είσοδος είναι γειωμένη και η αναστρέφουσα είσοδος θα πρέπει να βρίσκεται στην ίδια τάση. Όταν ο διακόπτης  $\Delta$  ανοίγει αρχίζει η ολοκλήρωση του σήματος (στιγμή  $t = 0$ ).

Το ρεύμα συσσωρεύει ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  στον πυκνωτή, που είναι

$$Q = \int_0^t i \, dt = \frac{1}{R} \int_0^t v_i \, dt$$

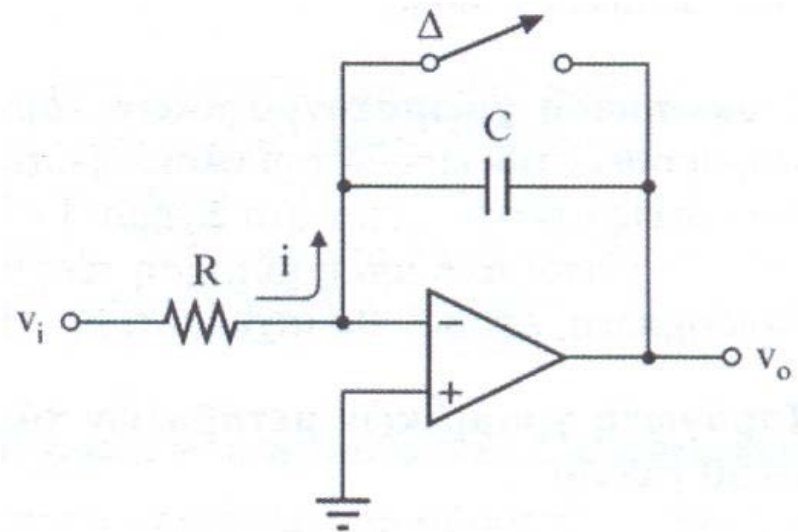
Η τάση  $V$  στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{1}{RC} \int_0^t v_i \, dt$$

Για να διατηρείται μηδενική η τάση στο αθροιστικό σημείο θα πρέπει η τάση εξόδου  $v_o$  του ΤΕ να παραμένει ίση προς  $-V$ , επομένως η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος θα δίνεται από την εξίσωση

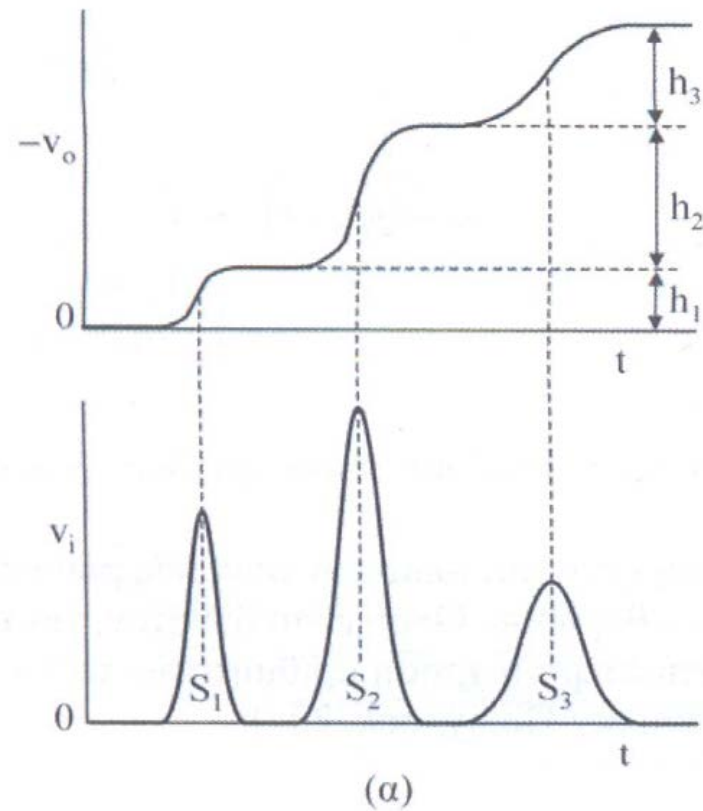
$$v_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_i \, dt$$

Ο διακόπτης  $\Delta$  χρησιμοποιείται για την εκφόρτιση του πυκνωτή (“σβύσιμο” προηγούμενου αποτελέσματος) πριν από κάθε διαδικασία ολοκλήρωσης και ονομάζεται **διακόπτης επαναφοράς** (reset switch) και όταν ανοίγει καθορίζει τη στιγμή  $t = 0$  για τη διαδικασία της ολοκλήρωσης.



Ολοκληρωτής ενισχυτής.

**Ολοκλήρωση χρωματογραφικών κορυφών.** Εάν το σήμα ενός αεριοχρωματογραφικού ανιχνευτή εφαρμοσθεί στην είσοδο του ολοκληρωτή, πραγματοποιείται ολοκλήρωση των χρωματογραφικών κορυφών. Η επίπονη εμβαδομέτρηση των επιφανειών  $S_1$ ,  $S_2$  και  $S_3$  αντικαθίσταται από απλή μέτρηση των υψών  $h_1$ ,  $h_2$  και  $h_3$  στο καταγράφημα του σήματος εξόδου του ολοκληρωτή, εφόσον θα ισχύει ότι  $h_1 = kS_1$ ,  $h_2 = kS_2$  και  $h_3 = kS_3$  ( $k$ : σταθερά αναλογίας).



Εφαρμογές του ολοκληρωτή: (α) Ολοκλήρωση χρωματογραφικών κορυφών.

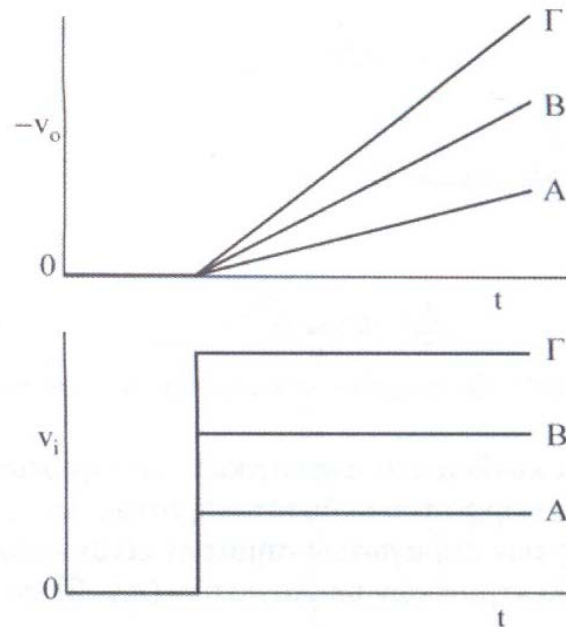
**Παραγωγή γραμμικών μεταβολών τάσης.** Εάν το σήμα εισόδου  $v_i$  είναι σταθερό, τότε

$$v_o = -\frac{V_i}{RC} \int_0^t dt = -\frac{V_i}{RC} t$$

για διαφορετικά σταθερά σήματα εισόδου  $v_i$  A, B και Γ, προκύπτουν ως σήματα εξόδου αντίστοιχες γραμμικές μεταβολές τάσης A, B και Γ, γνωστές ως **ράμπες** (ramps) τάσης.

Ράμπες τάσης χρησιμοποιούνται κυρίως στην πολαρογραφία και σε άλλες βολταμετρικές τεχνικές για την επίτευξη γραμμικής μεταβολής (ως προς τον χρόνο) του ηλεκτροχημικού δυναμικού, που επιβάλλεται από τον ποτενσιοστάτη στο ηλεκτρόδιο εργασίας

Διαφορετικές ταχύτητες σάρωσης μπορούν να επιτευχθούν με μεταβολή μίας από τις παραμέτρους ( $v_i$ , R, C) της Εξίσωσης Συνήθως η χωρητικότητα και η τάση εισόδου διατηρούνται σταθερά και επιλέγονται διαφορετικές αντιστάσεις R με επακριβώς γνωστή σχέση τιμών με ένα μεταγωγό διακόπτη.



(β)

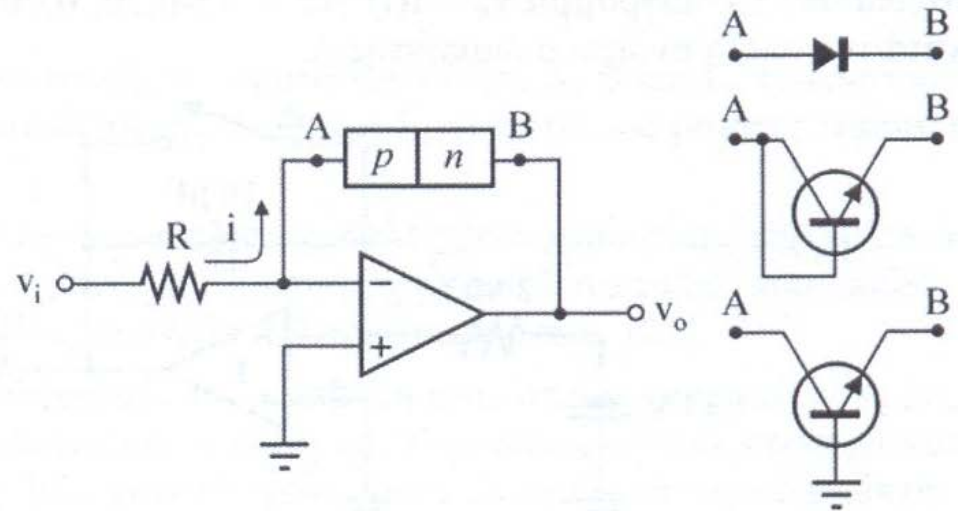
## ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΤΕΛΕΣΤΙΚΩΝ ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ

Από τα μη γραμμικά κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών, ο λογαριθμικός και ο αντιλογαριθμικός ενισχυτής είναι εκείνα που έχουν χρησιμοποιηθεί στη χημική οργανολογία. Ως κύρια μη γραμμικά στοιχεία ανατροφοδότησης χρησιμοποιούνται επαφές  $pn$ .

### Λογαριθμικός ενισχυτής

Στον **λογαριθμικό ενισχυτή** (logarithmic amplifier) ως στοιχείο ανατροφοδότησης χρησιμοποιείται μια επαφή  $pn$ , που μπορεί να είναι μια διόδος ή ένα τρανζίστορ συνδεσμολογημένα,

Η χρήση τρανζίστορ αντί διόδου είναι προτιμότερη γιατί παρουσιάζει μεγαλύτερη λογαριθμική περιοχή



Λογαριθμικός ενισχυτής.

σχέση ρεύματος-τάσης πόλωσης μιας επαφής  $pn$

$$V = A \log I + B$$

όπου  $A = 0,000198\eta T$  και  $B = -0,000198\eta T \log I_0$ . Οι παράμετροι  $A$  και  $B$  εξαρτώνται από τη θερμοκρασία, και ιδιαίτερα η παράμετρος  $B$ , αφού και το ανάστροφο ρεύμα  $I_0$  εξαρτάται επίσης από τη θερμοκρασία.

Για σήμα εισόδου  $v_i$  το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση εισόδου  $R$  θα είναι (εφ'όσον  $v_- = 0$ )

$$i = (v_i - v_-) / R = v_i / R$$

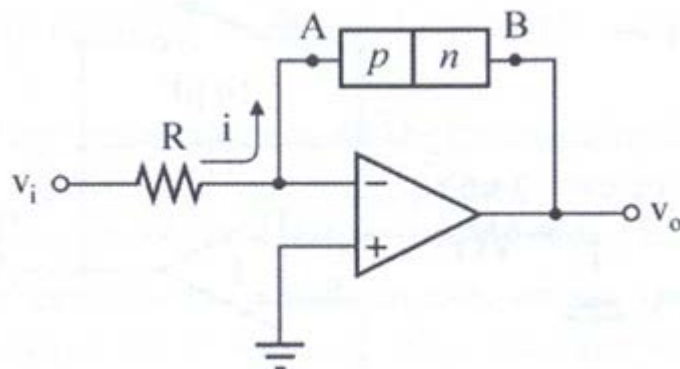
Το ρεύμα  $i$  πρέπει να διέλθει μέσω της επαφής  $pn$  και για να συμβεί αυτό, θα πρέπει να είναι

$$V = v_- - v_o = A \log i + B \quad \text{ή} \quad -v_o = A \log i + B$$

προκύπτει η τελική μορφή της συνάρτησης μεταφοράς

$$v_o = -A \log(v_i / R) - B$$

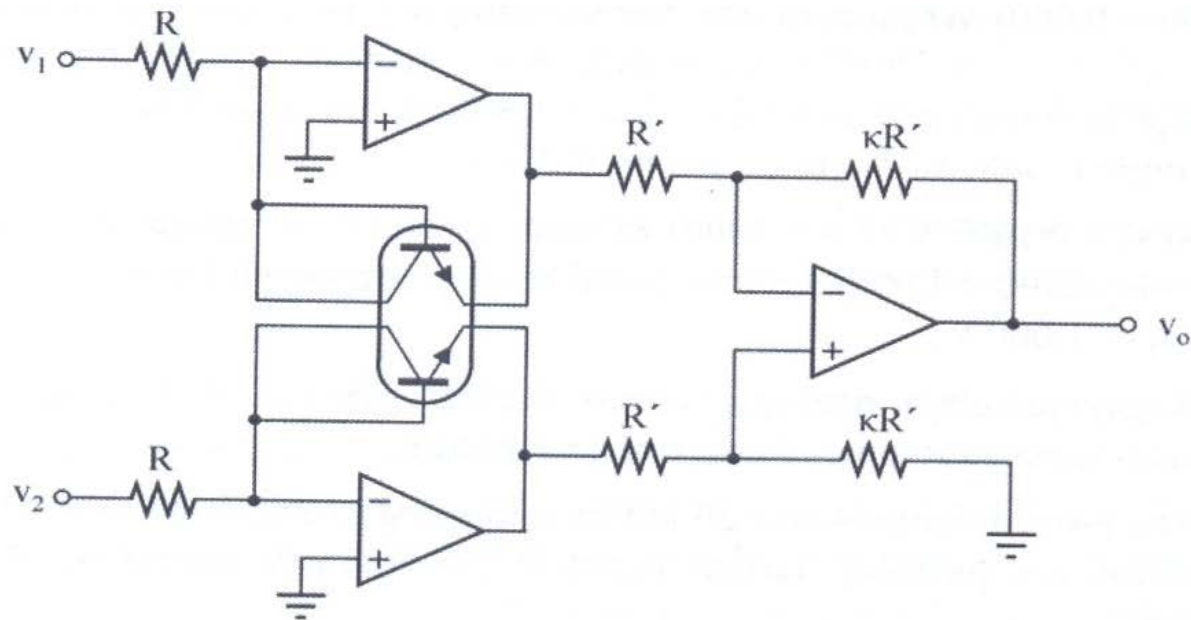
όπου  $A$  και  $B$  είναι οι παράμετροι που αναφέρθηκαν προηγουμένως.



**Εφαρμογές του λογαριθμικού ενισχυτή.** Στη χημική οργανολογία πολλές φορές συμβαίνει η ζητούμενη ποσότητα να συνδέεται λογαριθμικά με τη μετρούμενη ποσότητα. Τυπική περίπτωση παρουσιάζεται στη φασματοφωτομετρία απορρόφησης, όπου η συγκέντρωση  $C$  της απορροφούσας ουσίας, συνδέεται γραμμικά με την απορρόφηση  $A$  του διαλύματος. Η απορρόφηση  $A$  συνδέεται λογαριθμικά με τη διαπερατότητα  $T$ , που είναι και το άμεσα μετρούμενο μέγεθος. Οι προηγούμενες ποσότητες συνδέονται μεταξύ τους με την εξίσωση του Beer

$$A = -\log T = \epsilon bC$$

όπου  $\epsilon$  είναι η γραμμομοριακή απορροφητικότητα της ουσίας στο μήκος κύματος των μετρήσεων και  $b$  το μήκος της οπτικής διαδρομής της κυψελίδας.



Ενισχυτής λογαρίθμου λόγου σημάτων.

### Ενισχυτής λογαρίθμου λόγου σημάτων

Ο ενισχυτής λογαρίθμου λόγου σημάτων (log-ratio amplifier) είναι ένας απλός συνδυασμός λογαριθμικών ενισχυτών και ενός ενισχυτή διαφοράς.

Τα δύο τρανζίστορ του κυκλώματος είναι κατασκευασμένα επάνω στον ίδιο κρύσταλλο ημιαγωγού υλικού, βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία και έχουν απόλυτα “ταιριασμένα” τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά

Τα σήματα εξόδου των λογαριθμικών ενισχυτών είναι

$$v_{o,1} = -A \log(v_1/R) - B \quad \text{και} \quad v_{o,2} = -A \log(v_2/R) - B$$

Το σήμα στην έξοδο του ενισχυτή διαφοράς, θα είναι

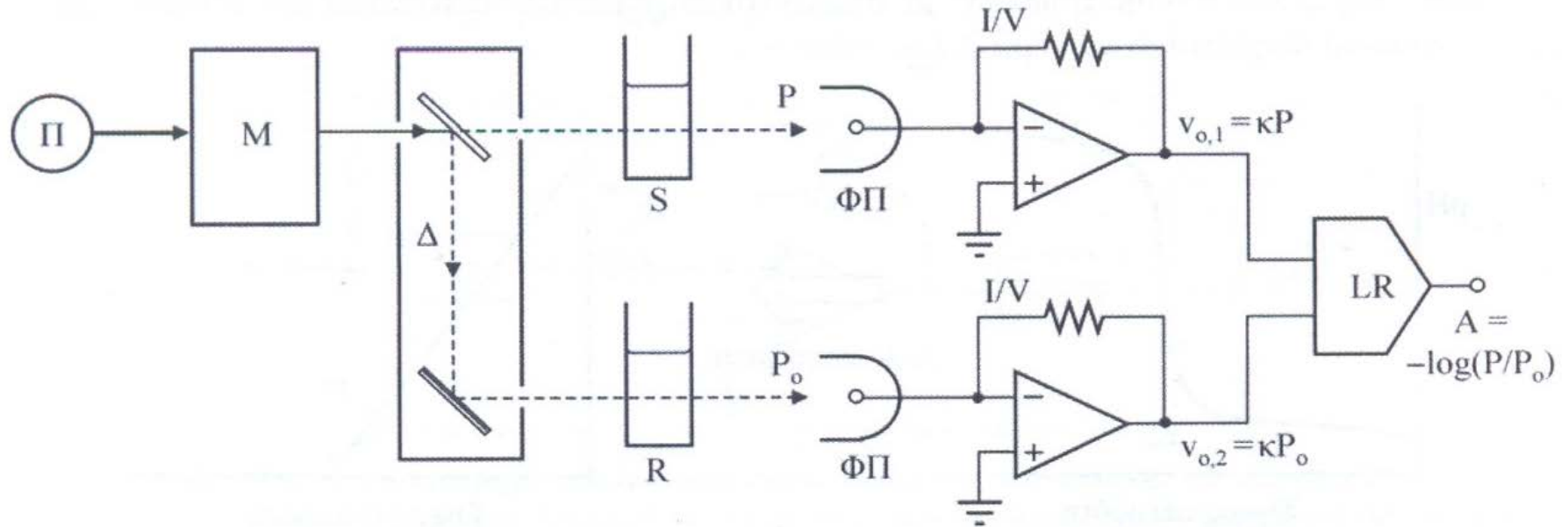
$$v_o = (\kappa R'/R')(v_{o,2} - v_{o,1}) = \kappa(v_{o,2} - v_{o,1})$$

και συνδυάζοντας τις τρεις εξισώσεις προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος

$$v_o = \kappa A \log \frac{v_1}{v_2}$$

Παρατήρηση. Στη συνάρτηση μεταφοράς δεν υπεισέρχεται η παράμετρος B, με αποτέλεσμα να παραμένει μόνο η θερμική εξάρτηση από την παράμετρο A. Εάν ένα από τα σήματα (π.χ. το  $v_2$ ) είναι σταθερό, το κύκλωμα συμπεριφέρεται ως απλός λογαριθμικός ενισχυτής με βελτιωμένα χαρακτηριστικά θερμικής σταθερότητας.

**Εφαρμογές στα φασματοφωτόμετρα διπλής δέσμης.** Ο ενισχυτής λογαρίθμου λόγου σημάτων χρησιμοποιείται σε φασματοφωτόμετρα διπλής δέσμης, όπου ως σήμα εξόδου παρέχει απευθείας σήμα ανάλογο της απορρόφησης του δείγματος.



Άμεση μέτρηση της απορρόφησης δείγματος με ενισχυτή λογαρίθμου λόγου σημάτων. Συμβολισμοί:

$\Pi$ : πηγή φωτός,  $M$ : μονοχρωμάτορας,  $\Delta$ : διαμοιραστής δέσμης,  $S$ : κυψελίδα δείγματος,  $R$ : κυψελίδα αναφοράς,  $\Phi\Pi$ : φωτοπολλαπλασιαστής,  $I/V$ : μετατροπέας ρεύματος σε τάση,  $LR$ : ενισχυτής λογαρίθμου λόγου σημάτων.

## Βιβλιογραφία

1. D.A. Skoog, J.F. Holler and T.A. Nieman, *Αρχές Ενόργανης Ανάλυσης*. Μετάφραση στα Ελληνικά: Μ.Ι. Καραγιάννης, Κ.Η. Ευσταθίου και Ν. Χανιωτάκης. 5<sup>η</sup> Έκδοση, Αθήνα: Εκδόσεις Κωσταράκης, 2002.
2. Κ. Ευσταθίου, *Χημική Οργανολογία-Μικροϋπολογιστές. Εισαγωγικά Μαθήματα*, Αθήνα, 2002.
3. A.J. Diefenderfer and B.E. Holton, *Principles of Electronic Instrumentation*, 3<sup>rd</sup> ed., New York: McGraw Hill, 1990.
4. P. Horowitz and W. Hill, *The Art of Electronics*, 2<sup>nd</sup> ed., New York: Cambridge University Press, 1989.
5. J.J. Brophy, *Basic Electronics for Scientists*, 5<sup>th</sup> ed., New York: McGraw Hill, 1990
6. R. Kalvoda, *Operational Amplifiers in Chemical Instrumentation*, New York: Halsted Press, 1975.